

INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG
DIREKTOREN: PROF. DR.-ING. K. KORDINA, PROF. DR.-ING. F. S. ROSTASY

Abschlußbericht

über "Versuche an Spannbetonbalken unter
kombinierter Beanspruchung aus M, Q und T"

Antragsteller

o.Prof. Dr.-Ing. K. Kordina

Abteilungsleiter

Dr.-Ing. G. Ivanyi

Sachbearbeiter

Dipl.-Ing. M. Teutsch.

BIBLIOTHEK

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig
Beethovenstraße 52
D-3300 Braunschweig

Auftraggeber

Innenministerium des Landes.

Nordrhein-Westfalen

Az.: -VB1-72.o2-Nr.18/73

Braunschweig, August 1977

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort	0
1. Einleitung und Problemstellung	1
2. Versuchskörper	1 - 4
2.1. Allgemeines	1 - 2
2.2. Bewehrung	2 - 3
2.3. Vorspannung	3
2.4. Zusammensetzung und Festigkeitseigenschaften des Betons	3 - 4
3. Versuchseinrichtung	5
4. Meßvorrichtung	5 - 6
5. Durchführung der Versuche	6 - 12
5.1. Allgemeines	6 - 7
5.2. Versuchskörper STQ1	7
5.3. Versuchskörper STQ2	7 - 8
5.4. Versuchskörper STQ3	8
5.5. Versuchskörper STQ4	8 - 9
5.6. Versuchskörper STQ5	9
5.7. Versuchskörper STQ6	9 - 10
5.8. Versuchskörper STQ7	10 - 11
5.9. Versuchskörper STQ8	11
5.10. Versuchskörper STQ9	11 - 12
5.11. Versuchskörper STQ10	12
6. Meßergebnisse	12 - 19
6.1. Allgemeines	12 - 14
6.2. Versuchskörper STQ1	14 - 15
6.3. Versuchskörper STQ2	15
6.4. Versuchskörper STQ3	15 - 16
6.5. Versuchskörper STQ4	16
6.6. Versuchskörper STQ5	16
6.7. Versuchskörper STQ6	16 - 17
6.8. Versuchskörper STQ7	17
6.9. Versuchskörper STQ8	18
6.10. Versuchskörper STQ9	18
6.11. Versuchskörper STQ10	18 - 19
7. Versuchsauswertung	19 - 55
7.1. Querschnittswerte	19 - 21
7.2. Tragfähigkeit	22 - 38
7.2.1. Allgemeines	22
7.2.2. Tragfähigkeit nach den Spannbetonrichtlinien	22 - 26
7.2.3. Tragfähigkeit nach dem Fachwerkmodell mit variablen Druckstrebenneigungswinkel	26 - 34

	Seite
7.2.4. Versagen des Betons	34 - 38
7.3. Verformungen	39 - 54
7.3.1 Allgemeines	39 - 42
7.3.2. Versuchswerte	42 - 46
7.3.3. Verformungen mit Hilfe des räumlichen Fachwerk- modells	46 - 54
7.4. Rißverhalten	55
8. Zusammenfassung	55 - 57
Literaturangabe	58 - 60
Bilder 1 - 36	61 - 127
Anhang	A 1 - A 16

Anlage - Meßergebnisse des Versuchskörpers STQ5

Vorwort

Die zu den nachfolgend beschriebenen Versuchen an Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus M, Q und T erforderlichen Mittel stellte das Innenministerium des Landes Nordrhein-Westfalen zur Verfügung. Die Mitglieder der Beratergruppe, die Herren

Prof. Dr.-Ing. Leonhardt, Prof. Dr.-Ing. Kupfer, Prof. Dr.-Ing. Thürlimann sowie Dr.-Ing. Wittfoth

haben das Vorhaben durch Anregungen und Ratschläge wesentlich unterstützt.

Dank gebührt auch der Firma Dyckerhoff & Widmann AG, welche die für die Versuche erforderlichen Spannglieder und Hüllrohre zur Verfügung stellte.

1. Einleitung und Problemstellung

Trotz intensiver Forschung auf dem Gebiet des Tragverhaltens von Stahlbetonbauteilen unter Torsionsbeanspruchung konnten diese Ergebnisse in DIN 1045 (Ausgabe Januar 1972) noch nicht in vollem Umfang berücksichtigt werden, da insbesondere Fragen der kombinierten Beanspruchung noch nicht hinreichend geklärt waren.

Dieser Umstand gab Anlaß, eine weiterführende Forschungsarbeit zu beantragen, die im wesentlichen eine Fortsetzung der in den Jahren 1965 - 1969 am Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig durchgeführten Versuche an 11 Stahlbetonbalken unter kombinierter Torsionsbeanspruchung, bei denen hauptsächlich das T/M-Verhältnis sowie der Schubbewehrungsgrad variiert wurde, darstellen sollte.

Die zunächst vorgesehenen weiteren 10 Versuche an Stahlbetonbalken wurden allerdings aufgrund der Vielzahl der in den Jahren 1969 - 1973 veröffentlichten Versuche und mangels entsprechender Untersuchungen an vorgespannten Bauteilen unter kombinierter Torsionsbeanspruchung auf Vorschlag der Betreuergruppe nicht durchgeführt. Es wurde vielmehr beschlossen, die experimentellen Untersuchungen dieser Forschungsarbeit auf Spannbetonbauteile zu beschränken.

Nachfolgend wird über die durchgeführten, insgesamt 10 Versuche berichtet.

2. Versuchskörper

2.1. Allgemeines

Die Versuchskörper wurden mit den in den Bildern 1a - e angegebenen Abmessungen in glatter Betoplanschaltung hergestellt. Die Verstärkungen im Auflagerbereich dienen zur besseren Krafteinleitung bzw. zur Erhöhung der Tragfähigkeit in diesem Bereich.

Wie aus den Bildern 2a - e zu ersehen ist, wurden in der Versuchsserie die folgenden Parameter variiert:

1. Vorspannung (Lage, Größe)
2. Querschnittsform (Voll-, Hohlkasten- und T-Querschnitt)
3. Beanspruchung (Lastkombination und Verlauf)
4. Schlaffbewehrung (Menge und Aufteilung)

Sämtlichen Versuchskörpern war gemeinsam:

1. Betongüte: Bn 450
2. Balkenhöhe: $d = 60 \text{ cm}$
3. Balkenlänge: $l = 6,0 \text{ m}$
4. Stegbreite: $b_o = 24 \text{ cm}$

Außerdem besaßen 9 Versuchskörper das gleiche statische System eines Trägers auf 2 Stützen mit Kragarm mit einer Spannweite von 4,5 m. Die Belastungsanordnung war dabei so gewählt, daß das maximale Feld- und Stützmoment betragsgemäß gleich waren. Versuchskörper STQ6 wurde als ein Einfeldträger ohne Kragarm geprüft.

Nach der Querschnittsform teilten sich die Versuchsbalken in 5 Plattenbalken-, 3 Hohlkasten- und 2 Rechteckquerschnitte auf. Die Plattenbalken und Hohlkästen besaßen eine einheitliche Gurtbreite von 60 cm.

2.2. Bewehrung

Die Verteilung bzw. Anordnung der schlaffen Bewehrung (BSt 42/50 RK) kann den Bildern 2a - e entnommen werden.

Bei den Balken STQ1 - STQ5 und STQ7 - STQ10 betrug der Bügelabstand einheitlich 10 cm. Alle Bügel wurden geschweißt gestoßen. Dies ist nach DIN 4099 nicht zulässig, geschah jedoch, um Störfaktoren bei den Bügeldehnungsmessungen ausschalten zu können.

Entsprechende Arbeiten [4], die den Einfluß geschweißter Bügel auf das Torsionsverhalten untersuchen, zeigen einen nur geringen Einfluß hieraus. Zur Überprüfung dieses Sachverhaltes wurde daher der Versuchskörper STQ6 in der einen Hälfte mit geschweißten und in der anderen mit kraftschlüssig gestoßenen Bügeln versehen.

Außerdem besaß der Balken STQ6 eine "ausgewogene" Bewehrung; d.h. Längs- und Bügelbewehrung sollten annähernd gleichzeitig die Fließgrenze erreichen.

Die übrigen Versuchskörper wurden mit einer verhältnismäßig geringen Bügelbewehrung versehen, um ein Primärversagen der Längsbewehrung einschließlich der Spannglieder zu verhindern. Die Verteilung der schlaffen Längsarmierung erfolgte bei diesen Balken gleichmäßig über den Umfang. Der Bewehrungsgehalt ist daher abhängig von Form und Umfang der jeweiligen Versuchskörper.

Die Festigkeitseigenschaften der verwendeten Betonstähle können Tafel 1 entnommen werden.

2.3. Vorspannung

Die Erzeugung der Vorspannung erfolgte mit Hilfe des Dywidag-Spannverfahrens. Die ausnahmslos geradlinig geführten Spannglieder aus Gewindestahl ST 85/105 wurden in profilierten Hüllrohren verlegt, und nach dem Spannen mit Einpreßmörtel injiziert. In der Regel wurden die Spannglieder im Innern verankert und einseitig vorgespannt.

Die Lage und Anordnung der Spannglieder sowie die Größe der aufgetragenen Vorspannkkräfte der jeweiligen Versuchsbalken kann den Bildern 2a - e; die Festigkeitseigenschaften der verwendeten Spannstähle Tafel 1 entnommen werden.

2.4. Zusammensetzung und Festigkeitseigenschaften des Betons

Für die Versuchskörper wurde eine Beton-Nennfestigkeit BN 450 angestrebt. Der Zementgehalt betrug 330 kg/m^3 (PZ 350 F, Teutonia) bei einem Wasserzementfaktor von $W/Z = 0,65$. Die Sieblinien lagen im nach DIN 1045 "besonders guten" Bereich (siehe Bild 3).

Zur Ermittlung der Festigkeitseigenschaften des Betons wurden Würfel, Spaltzugkörper und Prismen gemeinsam mit den Versuchskörpern hergestellt. Ein Teil dieser Probekörper wurde nach den Empfehlungen in DIN 1048, ein anderer Teil wie die Versuchskörper gelagert.

Ihre Prüfung erfolgte im Alter von 28 Tagen bzw. unmittelbar vor der Versuchsdurchführung. Die Ergebnisse sind in Tafel 1 zusammengestellt.

Tafel 1: Festigkeiten der Baustoffe

Balken	Beton						Stahl												
	Alter bei Prüfungs- beginn	Druckfestigkeiten			E-Modul	Spaltzug- festigkeit	BSt 42/50Rk				E-Modul	ST 85/105							
		Würfel βw	Prismen βp	Verhältnis βw/βp	Eb	Bsz	Nenn- durch- messer de	Quer- schnitts- fläche fe	Streck- grenze βs	Zug- festig- keit βz	Ee	Nenn- durch- messer de	Quer- schnitts- fläche	Streck- grenze β02	Zug- festig- keit βz				
		Tage	MPa	MPa	—	x10 ³ MPa	MPa	mm	cm ²	MPa	MPa	x10 ⁶ MPa	mm	cm ²	MPa	MPa			
STQ 1	35	50,8	40,2	0,79	32,3	3,62	8	0,521	421,9	497,0	0,204	26,5	5,457	874,3	1091,2				
							10	0,820	438,3	525,1	0,219								
							12	1,150	423,7	519,8	0,211								
STQ 2	34	52,4	41,5	0,79	32,4	3,56	8	0,519	422,2	499,4	0,219	26,5	5,457	874,3	1091,2				
							10	0,802	435,5	518,2									
STQ 3	31	48,8	39,4	0,81	33,5	3,37	8	0,515	457,9	529,5	0,219					26,5	5,457	874,3	1091,2
							10	0,769	438,0	516,8									
							12	1,137	422,9	516,1									
STQ 4	28	50,8	45,3	0,89	38,0	3,36	8	0,537	482,0	555,9	0,219	32	8,100	875,0	1064,5				
							10	0,828	453,6	530,8									
							12	1,159	414,3	503,4									
STQ 5	27	49,5	40,9	0,82	35,6	3,20	8	0,541	487,2	570,5	0,219	16	2,01	833,9	1030,1				
							10	0,828	453,6	530,8									
STQ 6	28	47,4	39,5	0,83	36,1	3,19	10	0,833	444,0	529,8	0,219	26,5	5,493	861,5	1094,9				
							12	1,142	453,5	550,4									
							14	1,593	436,2	533,9									
STQ 7	28	49,5	33,2	0,67	36,4	3,43	8	0,504	462,0	527,8	0,219					26,5	5,493	861,5	1094,9
							10	0,82	434,8	505,8									
							12	1,144	434,4	517,3									
STQ 8	28	47,5	43,0	0,89	36,6	3,83	8	0,512	446,8	519,2	0,219	26,5	5,493	861,5	1094,9				
							10	0,813	454,8	550,5									
							12	1,158	440,4	536,1									
STQ 9	32	52,5	41,0	0,86	33,6	3,57	8	0,527	426,7	495,3	0,219					26,5	5,493	861,5	1094,9
							10	0,824	464,7	545,3									
							12	1,137	435,9	512,4									
STQ 10	28	52,8	43,8	0,83	32,6	3,33	8	0,527	426,7	495,3	0,219	26,5	5,493	861,5	1094,9				
							10	0,824	464,7	545,3									
							12	1,135	466,6	512,4									

3. Versuchseinrichtung

Das statische System von 9 Versuchsbalken ist ein Einfeldträger mit Kragarm. Der Beanspruchungszustand M, T, Q der einzelnen Versuchskörper ist aus den Bildern 2a - d zu ersehen. Die Querkkräfte erzeugten zwei Pressen jeweils am Kragarmende und 25 cm von der Feldmitte entfernt. Die Belastung wurde so gewählt, daß das Stützmoment betragsmäßig gleich dem Feldmoment war. Die Versuchseinrichtung ist in den Bildern 4a - b dargestellt.

Beim STQ6 (Bild 2e) wurde die Biegebelastung durch zwei in den Drittelspunkten stehende Pressen aufgebracht.

Bei allen Versuchskörpern erfolgte die Einleitung der Torsionsmomente an den Auflagern. Dies geschah bei den Balken STQ1 und STQ2 nur an der dem Kragarm benachbarten Unterstützung mittels einer Kragkonstruktion, die durch eine Zugstange mit einer unter der Prüffelddecke befestigten Zugpresse verbunden war. Das feste Torsionslager am entgegengesetzten Auflager erlaubte keine Verdrehung des Balkens. Diese Lastaufbringung erwies sich wegen des in dieser Größenordnung bei Spannbetonbalken nicht erwarteten Abfalls der Torsionssteifigkeit und der damit verbundenen großen Verformungen der Versuchskörper als nicht zweckmäßig (siehe Bild 5). Bei den übrigen Versuchsbalken wurde deshalb das Torsionsmoment an beiden Auflagern eingeleitet und somit der Verformungsweg an den Einleitungsstellen etwa halbiert.

4. Meßvorrichtung

Bei jeder Laststufe erfolgte die Messung der Beton- und Stahldehnungen sowie der Durchbiegung bzw. Verdrehung in einigen über die Längsachse verteilten Meßquerschnitten. Die Stahldehnungen wurden mit Hilfe von Dehnmeßstreifen ermittelt, die vor dem Herstellen des Bewehrungskorbes an die Bügel-, Längs- und Spannstähle aufgeklebt wurden. Die Verteilung der 8 Meßquerschnitte über die Längsachse bzw. die Anordnung der Dehnungsmeßstreifen an der Bewehrung in diesen Querschnitten ist aus den Bildern 6a - e zu ersehen.

Die Messung der Betonranddehnungen erfolgte durch Setzdehnungsmesser mit der Basislänge von 10 cm. Die Anordnung der Setzdehnungsmeßstrecken an der Oberfläche des Versuchsbalkens STQ5 ist in Bild 7 dargestellt; die

der übrigen Versuchsreihen unterscheiden sich davon nur unwesentlich. An der Oberseite sowie in den schwach schubbeanspruchten Bereichen an den Längsseiten wurden aus Setzdehnungsmeßstrecken Meßrosetten gebildet (Meßstellen 1 - 39).

Die zur Stauchungsmessung der Betondruckstreben erforderlichen Setzdehnungsmeßstellen (Meßstellen 40 - 63) wurden erst nach Ausbildung aller Risse angebracht.

Um die Dehnungsverteilung in den Betondruckdiagonalen in der Querschnittsebene bestimmen zu können, wurden bei den Versuchskörpern StQ7 und StQ10 spezielle Dehnmeßstreifen im Querschnittsinnen einbetoniert. Ihre Lage und Anordnung im Querschnitt ist aus den Bildern 8a - b zu ersehen.

Bild 9 zeigt das Prinzip der Verformungsmessung mit induktiven Weggebern zur Bestimmung der Verdrehungen und Durchbiegungen der Prüfkörper.

5. Durchführung der Versuche

5.1 Allgemeines

Der Belastungsablauf erfolgte bei allen Versuchskörpern stufenweise. Für jede Laststufe wurden zuerst die Biege- und danach die Torsionsmomente aufgebracht.

Zwei Minuten nach Lastaufbringung erfolgte eine erste Ablesung der Dehnmeßstreifen und der induktiven Weggeber über eine automatische Meßanlage, die für eine Schrittgeschwindigkeit von $\approx 1,0$ sec je Meßstelle eingestellt war. Zur Vermeidung von Meßfehlern wurde diese Messung in der Regel wiederholt. Parallel dazu erfolgten Setzdehnungsmessungen sowie nach der Rißbildung eine Aufzeichnung des Rißbildes und die Bestimmung der jeweiligen Rißbreiten mit einem Meßmikroskop entlang vorher festgelegter Meßlinien.

Jeder Versuchsbalken wurde einer Biegeschwellbeanspruchung mit 10 000 Lastwechseln unterworfen. Bei den Versuchsbalken StQ1 + StQ2 erfolgte diese dynamische Belastung im Gebrauchszustand, wobei als Oberlast die nach den Spannbetonrichtlinien zulässige Gebrauchslast und als Unterlast die 0,4-fache Oberlast angesetzt wurde. Das Torsionsmoment wurde während der Schwellbeanspruchung konstant gehalten und entsprach der oberen Grenze des Gebrauchslastbereiches.

Die Auswertung der Meßergebnisse der beiden Versuchskörper zeigte jedoch nur minimale Auswirkungen dieser Belastung auf das Balkenverhalten. Bei den nachfolgenden Versuchskörpern wurde deshalb die Schwellbeanspruchung zu Beginn der Rißentstehungen angesetzt, um die Rißbilder zu vervollständigen. Während das konstant gehaltene Torsionsmoment und die Biegeoberlast etwa der 1,2-fachen Rißlast entsprachen, wurde als Unterlast die 0,25-fache Oberlast aufgebracht.

5.2. Versuchskörper STQ1

Die drei zuerst geprüften Plattenbalken unterschieden sich lediglich in der Beanspruchungskombination. Beim STQ1 betrug das Verhältnis M_{\max}/T bis kurz vor dem Versagenszustand 2,0.

Dieser erste Versuch erstreckte sich über mehrere Tage, um die Versuchs- und Meßeinrichtung zu erproben. Hieraus sind auch die große Anzahl der Laststufen und die mehrfachen Entlastungen zu erklären.

Die ersten sichtbaren Risse, mit einer Neigung von $\sim 45^\circ$ gegen die Längsachse, traten bei einem Torsionsmoment $T = 52,5 \text{ kNm}$ ($T/T_u = 0,5$) in den Bereichen der Längsseiten auf, wo sich die Schubspannungen aus Torsion und Querkraft summieren.

Bei weiterer Laststeigerung wurde der Versuchskörper an allen Seiten von umlaufenden Rissen mit engem Abstand durchzogen. Der Balken versagte bei einem Torsionsmoment $T_u = 105,5 \text{ kNm}$ ($M_{\max} = 280,2 \text{ kNm}$). Der Versagensort konnte nicht genau lokalisiert werden (siehe Bild 10). Auffällig war die starke Öffnung einiger Schubrisse an der Balkenvorderseite im Bereich zwischen Meßquerschnitt I und VII. Bei der letzten Rißmessung vor dem Versagenszustand ($T/T_u = 0,93$) betrug die maximale Rißbreite in diesem Bereich 1,8 mm.

5.3. Versuchskörper STQ2

Versuchskörper STQ2 wurde überwiegend auf Biegung beansprucht ($M_{\max}/T = 10$).

Die ersten Biegerisse traten bei $T = 24,5 \text{ kNm}$ ($T/T_u = 0,4$) im Bereich des maximalen Feldmomentes auf. Die Rißausbreitung geschah wesentlich langsamer als beim STQ1. Auch im Versagenszustand blieben die Bereiche, in welchen die Schubspannungen aus Torsion und Querkraft entgegengesetzte Vorzeichen besitzen, ungerissen.

Es wurden wesentlich geringere Rißbreiten als beim vorhergehenden Versuchskörper beobachtet. Bei der letzten Messung vor dem Versagenszustand ($T/T_u = 0,742$) betrug die maximale Rißbreite 0,32 mm. Der Bruch trat bei einem Torsionsmoment $T_u = 61,31$ kNm auf. Im Gegensatz zum STQ1 konnte diesmal der Bruchvorgang genauer verfolgt werden. Der Bruch wurde durch Versagen der Druckzone über der Stütze eingeleitet, was dann zu einem nachfolgenden Versagen der Druckzone im Bereich des maximalen Feldmoments führte. Das Bruchbild ist Bild 11 zu entnehmen.

5.4. Versuchskörper STQ3

Der Versuchskörper STQ3, der letzte in der Reihe von gleichartig bewehrten und vorgespannten Plattenbalken, wurde überwiegend auf Torsion ($M_{\max}/T = 1,0$) beansprucht.

Bis zum 1,25-fachen Rißmoment wurden 5 Laststufen mit dem o. a. Verhältnis der Beanspruchungen aufgebracht. Nach der anschließend durchgeführten Biegeschwellbeanspruchung mit 10 000 Lastwechseln wurde der Balken bis zum Bruch belastet. Das Torsionsbruchmoment betrug $T_u' = 103,1$ kNm. Wie beim STQ1 konnte die Versagensstelle nicht genau definiert werden. An der Vorderseite des Balkens zwischen Meßquerschnitt I und V kam es zu einer Zerstörung der Betonoberfläche quer zur Rißrichtung (siehe Bild 12).

Nach einer lokalen Verstärkung des Versagensbereichs wurde der Versuchskörper mit dem gleichen M_{\max}/T -Verhältnis weiterbelastet.

Der zweite Bruch trat bei einem Torsionsmoment $T_u = 116,6$ kNm an der Hinterseite des Balkens im Bereich des Meßquerschnitts X auf.

5.5. Versuchskörper STQ4

Bei den Versuchskörpern STQ4 und STQ5 wurde gegenüber STQ1 lediglich die Größe der Vorspannung geändert. Alle anderen Parameter stimmten mit denen des Versuchskörpers STQ1 überein.

Die ersten sichtbaren Risse traten bei einem Torsionsmoment $T = 56,0$ kNm ($T/T_u = 0,53$) auf. Ähnlich wie beim Versuchsbalken STQ1 verbreiteten sie sich sehr rasch, ringsumlaufend über die Oberfläche des Prüfkörpers.

Der Versagenszustand trat bei einem Torsionsmoment $T_u' = 105,1$ kNm allerdings erst 20 min. nach Lastaufbringung ein. Der Versagensbereich erstreckte sich ähnlich wie beim STQ1 vom Meßquerschnitt I bis V (siehe Bild 13). Der Bruch kün-

digte sich durch ein starkes Erweitern der Risse und durch Abplatzungen der Betonoberfläche im Stegbereich an.

Nach einem Verstärken des Versagensbereichs durch Anordnung einer Stahlmanschette wurde der Prüfkörper weiter belastet. Das zweite Versagen trat bei einem Torsionsmoment $T_u = 115,3 \text{ kNm}$ zwischen den Meßquerschnitten VIII und XII ein.

5.6. Versuchskörper STQ5

Vorspannbewehrung sowie die aufgebrachte Vorspannung des Prüfkörpers STQ5 wurden gegenüber den vergleichbaren Versuchsbalken STQ1 und STQ4 reduziert; M_{\max}/T betrug ebenfalls 2,0.

Die ersten sichtbaren Risse wurden bei einem Torsionsmoment $T = 42,0 \text{ kNm}$ ($T/T_u = 0,428$) beobachtet. Der Balken versagte bei einer Torsionsbeanspruchung $T_u = 98,1 \text{ kNm}$ (Bild 14) durch Zerstörung der Betondruckzone im Meßquerschnitt V. Nach einer Verstärkung des Versagensbereichs erreichte der Versuchskörper ein Torsionsmoment $T_u' = 96,2 \text{ kNm}$. Da bei diesem Moment die Lastanzeige trotz weiterer Verformung abfiel, konnte der Versagensort im Bereich II nicht genau ermittelt werden.

5.7. Versuchskörper STQ6

Wie aus Bild 15 hervorgeht, unterschied sich dieser Hohlkastenversuchskörper im statischen System und in der Anordnung der Spannbewehrung von den übrigen Balken. Seine Abmessungen entsprachen in etwa dem Versuchskörper STQ7 und STQ8.

Während bei den bisher erörterten Versuchsbalken STQ1 - STQ5 das Verhältnis M_{\max}/T vom Anfang bis zum Bruch konstant blieb, wurde bei den Hohlkästen STQ6 - STQ8 sowie den Rechteckbalken STQ9 und STQ10 bis zum Rißbeginn ausschließlich nur eine Beanspruchungsart aufgebracht.

Hierdurch sollten Daten zur Interaktion zwischen Biege- und Torsionssteifigkeit sowie zum Phänomen der mehrfachen Rißbildung gewonnen werden.

Da Versuchsbalken StQ6 einen großen Bereich mit konstantem Biegemoment M_{\max} aufweist, konnte hieran besonders das zuletzt genannte Problem studiert werden.

Bis zum Auftreten der ersten Risse bzw. bis zu einer maximalen Rißbreite von 0,08 mm und einem zugehörigen Moment $M_{\max} = 600 \text{ kNm}$ wurde $T = 0$ gehalten. Danach erfolgte die Aufbringung des Torsionsmomentes bis zum Verhältnis $M_{\max}/T = 2,5$, wobei jedoch zur Begrenzung der Rißbreiten auf maximal 0,15 mm das Biegemoment auf $M_{\max} = 280 \text{ kNm}$ herabgesetzt wurde. Nach der Biegeschwellbeanspruchung wurde zunächst $M_{\max} = 600 \text{ kNm}$ aufgebracht und danach T bis zum Erreichen von $M_{\max}/T = 2,5$ gesteigert. Dabei konnte beobachtet werden, daß sich die Rißbreiten der Biegerisse verringerten und schließlich bei größerer Torsionsbeanspruchung von Torsionsrissen überkreuzt wurden.

Anschließend wurde bis zum Versagenszustand ausschließlich M_{\max} gesteigert, da eine Vergrößerung der Torsionsbeanspruchung wegen Erschöpfung der Kapazität der Belastungsvorrichtung nicht mehr erfolgen konnte.

Der Bruch trat bei einem Biegemoment $M_{\max} = 780 \text{ kNm}$ und einem Torsionsmoment $T = 224 \text{ kNm}$ durch ein Primärversagen der unteren Längsbewehrung, einschließlich Spannglieder ein. Dieser Vorgang war mit einer Zerstörung der Druckzone im Bereich des Meßquerschnitts VII gekoppelt (Bild 16).

5.8. Versuchskörper StQ7

Die Versuchskörper StQ7 und StQ8, beide als Hohlkasten ausgebildet, unterschieden sich im Verhältnis der Beanspruchungsarten und in der Art der Lastaufbringung voneinander.

STQ7 wurde bis zum Auftreten der ersten Risse bei $T = 105,1 \text{ kNm}$ ($T/T_u = 0,512$) einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen. Danach erfolgte die Aufbringung einer Biegebeanspruchung stufenweise bis zum Erreichen des Verhältnisses $M_{\max}/T = 2,0$.

Nach der anschließenden Biegeschwellbeanspruchung wurde die Last nunmehr proportional mit $M_{\max}/T = 2,0$ bis zum Erreichen des Erschöpfungszustandes weiter gesteigert.

Der Versagensbereich erstreckte sich auf die Meßquerschnitte XII bis VIII. Im Versagensstadium erfolgte ein Abplatzen der Betonoberfläche in Balkenlängsrichtung am oberen und unteren Ende der Druckstreben (siehe Bild 17). Das Torsionsmoment betrug $T_u = 187,3 \text{ kNm}$.

5.9 Versuchskörper STQ8

Im Gegensatz zum vergleichbaren Versuchskörper STQ7 wurde STQ8 bis zum Auftreten der ersten Risse nur auf Biegung mit Querkraft beansprucht. Danach erfolgte die Aufbringung von Torsionsmomenten bis zu einem Verhältnis $M_{\max}/T = 4,0$. Wie bei den vorher geprüften Versuchsbalken wurde der vollständig gerissene Zustand durch eine Biegeschwellbeanspruchung herbeigeführt. Die Last wurde anschließend in weiteren Laststufen mit $M_{\max}/T = 4,0$ bis zum Erreichen des Erschöpfungszustands gesteigert. Das Versagen trat durch Druckbruch der Diagonalen im Bereich der größten Schubspannungen zwischen Meßquerschnitt VII und XII ein (siehe Bild 18). Die Betonstruktur wurde derart zerstört, daß ein Loch in der Mitte der Seitenwand entstand. Das Torsionsbruchmoment betrug $T_u = 112,4 \text{ kNm}$.

5.10 Versuchskörper STQ9

STQ9 entsprach in seinen Abmessungen einschließlich der Anordnung und Größe der schlaffen und vorgespannten Bewehrung den Stegen der Versuchskörper STQ1 - STQ3. Die Lastaufbringung erfolgte ähnlich wie bei dem Versuchskörper STQ8.

Abweichend hiervon wurde nach der Biegerißbildung T nur bis zum Verhältnis $M_{\max}/T = 2,85$ erhöht. Nach der üblichen Biegeschwellbeanspruchung erfolgte eine Weiterbelastung mit $M_{\max}/T = 2,0$ bis zum Erschöpfungszustand. Der Bruch trat bei einem Torsionsmoment $T_u = 72,5$ kNm durch Versagen der Bügelbewehrung im Bereich des Meßquerschnitts I ein. Anschließend entstand eine räumliche Bruchfläche (siehe Bild 19).

5.11 Versuchskörper STQ10

Versuchskörper STQ10 unterschied sich vom STQ9 neben der Art der Lastaufbringung vor allem in der Anordnung der Spannbewehrung (siehe Bild 2d). Die Belastung erfolgte ähnlich wie beim STQ7.

Nach einer reinen Torsionsbeanspruchung bis zur Rißlast wurde die Biegebeanspruchung bis $M_{\max}/T = 4,0$ gesteigert. Nach der Biegeschwellbeanspruchung erfolgte eine stufenweise Belastung des Versuchskörpers mit diesem Verhältnis bis zum Erreichen des Erschöpfungszustands. Der Bruch im Meßquerschnitt V kündigte sich durch große Dehnungen der Bügelbewehrung an; anschließend wurde die Betonstruktur an der Oberseite des Balkens zerstört (Bild 2o).

6. Meßergebnisse

6.1 Allgemeines

Aus den in Abschnitt 4 beschriebenen Verformungsmessungen wurden anschließend Durchbiegungen und Verdrehungen ermittelt.

In Bild 21 ist ein Versuchskörper in unverformter und verformter (gestrichelt dargestellt) Lage einschließlich der Lage der induktiven Weggeber mit der bei den Platten- und Rechteckbalken üblichen Anordnung der Meßstäbe dargestellt.

Zur Ermittlung der Querschnittsverdrehung φ und der Durchbiegung v des Drillruhepunktes D, die als einzige unbeeinflusst von der Verdrehung ist, stehen folgende Ausgangs- und Meßwerte zur Verfügung:

1. Der Abstand der Weggeberfestpunkte a und b,
2. die Ursprungslänge der Weggeber L_1 , L_2 und L_3 ,
3. die nach einer Laststufe gemessenen neuen Längen der Weggeber L'_1 , L'_2 und L'_3 .

Aus dem $\Delta \overline{L'_1, L'_2, b}$ ergibt sich mit Hilfe des Kosinussatzes

$$\alpha = \arccos \left(\frac{L'_1}{2b} + \frac{b}{2 \cdot L'_1} - \frac{L'^2_2}{2 \cdot L'_1 \cdot b} \right)$$

$$\alpha_1 = \alpha - 90^\circ$$

Die zur Ermittlung des Winkels β benötigte Länge L'' ergibt sich ebenfalls mit Hilfe des Kosinussatzes zu:

$$L'' = \sqrt{L'^2_1 + a^2 - 2 \cdot L'_1 \cdot a \cdot \cos(180 - \alpha)}$$

und β aus dem $\Delta \overline{L'', L'_1, a}$ zu

$$\beta = \arccos \left(\frac{L''}{2 \cdot a} + \frac{a}{2 \cdot L''} - \frac{L'^2_1}{2 \cdot L'' \cdot a} \right)$$

Der Winkel γ errechnet sich aus dem $\Delta \overline{a, L'_3, L''}$ zu

$$\gamma = \arccos \left(\frac{L''}{2 \cdot L'_3} + \frac{L'_3}{2 \cdot L''} - \frac{a^2}{2 \cdot L'' \cdot L'_3} \right)$$

$$\alpha_2 = \gamma + \beta - 90^\circ$$

Mit Hilfe der vorher berechneten Werte läßt sich der Verdrehungswinkel φ des Körpers im betreffenden Meßquerschnitt ermitteln:

$$\varphi = \arcsin \left(\frac{L'_1 \cdot \cos \alpha_1 - L'_3 \cdot \cos \alpha_2}{a} \right) \quad (1)$$

Zur Bestimmung der Durchbiegung v des Drillruhepunkts wird die Vertikalverschiebung v_M des Punktes M und der Abstand zu z_M zwischen D' und M' benötigt.

$$v_M = 0,5 \cdot (L_1 - L'_1 \cdot \cos \alpha_1 + L_3 - L'_3 \cdot \cos \alpha_2)$$

$$d = (\frac{a}{2} - L'_1 \cdot \sin \alpha_1) / \cos \varphi$$

$$c = \frac{a}{2} - d$$

$$z_M = \frac{c}{\tan \varphi}$$

woraus sich die gesuchte Durchbiegung v ermitteln läßt:

$$v = v_M + z_M (1 - \cos \varphi) \quad (2)$$

Nach Gleichung (1) und (2) wurden sämtliche Versuchskörper für jede Laststufe ausgewertet. Die hieraus resultierenden Verdrehungen sind in den Bildern 22a - d, die Durchbiegungen in den Bildern 23a - d dargestellt.

Die Dehnmessungen am Beton und Stahl sowie die Verformungsmessungen wurden elektronisch für eine weitere Bearbeitung in Tabellen und in graphischer Form zusammengestellt.

Wegen des großen Umfangs der durchgeführten Messungen ist dem vorliegenden Abschlußbericht nun die ausführliche Darstellung aller am Versuchsbalken STQ5 gewonnenen Ergebnisse beigelegt. Diejenigen aller anderen Balken sind in gleicher Form aufbereitet und auf Anforderung erhältlich.

Nachfolgend werden nun die Meßergebnisse der einzelnen Versuchsbalken diskutiert.

6.2. Versuchskörper STQ1

Wie in Abschnitt 2.1. berichtet, wurde die Bügelbewehrung der Versuchskörper so gewählt, daß sie vor der Längsbewehrung versagen sollte.

Nach Rißbeginn stieg die Beanspruchung der Bügel vor allem im Bereich der größten Schubbeanspruchung sehr schnell an. So erreichten die Bügel

am Meßpunkt 11 der Schnitte I - V schon bei 1,33-facher Reißlast die Fließgrenze (siehe Bild 24), während die Dehnungen der Längsstäbe wesentlich geringer zunahmen. Bei einer weiteren Laststeigerung wurde bei der 0,85-fachen Traglast (1,7-fache Reißlast) eine weitgehende Plastizierung der Bügel im unteren Bereich zwischen den Meßquerschnitten I und V festgestellt. Erst kurz vor dem Versagenszustand begann auch die Längsbewehrung zu fließen (siehe Bild 25).

Die Betonstauchungen in Richtung der Druckdiagonalen erreichten im Versagensbereich Maximalwerte von 4 %.

Im Versagenszustand betrug die Torsionssteifigkeit etwa nur noch 8 % ihres Anfangswertes.

6.3. Versuchskörper STQ2

Während beim STQ1 in einigen Querschnitten die Bügel nach dem Reißmoment sehr schnell die Fließgrenze erreichten, wurde dies beim STQ2 nur an einigen Stellen zwischen Meßquerschnitt VIII und X im Versagenszustand beobachtet (siehe Bild 26). Die Biegezugbewehrung im Bereich des maximalen Feldmoments wies schon bei beginnender Reißbildung sehr hohe Dehnungen auf. Die Fließgrenze wurde hier bei der 1,2-fachen Reißlast bereits überschritten. Die maximalen Dehnungen der Längsstäbe betrugen annähernd 6 % (siehe Bild 27). Die Betonstauchungen in Richtung der Betondruckdiagonalen waren wesentlich geringer als beim STQ1, sie betrugen im Bruchzustand ≤ 1 %.

Der Abfall der Torsionssteifigkeit war wesentlich geringer als beim STQ1. In der Nähe des Bruchzustandes betrug die Torsionssteifigkeit ~ 30 % der Anfangssteifigkeit.

6.4. Versuchskörper STQ3

Das Trag- und Verformungsverhalten vom STQ3 ist dem des 1. Versuchsbalkens ähnlich. Bei der 1,25-fachen Reißlast begannen die Bügel an der höchstschubbeanspruchten Seite im Bereich I zu fließen; der Fließbereich

erweiterte sich bei weiterer Laststeigerung auf den unteren Bügelteil. Im räumlichen Fachwerksystem kam es zu einer Kräfteumlagerung. Der Versuchskörper versagte beim Erreichen der Fließgrenze der Längsbewehrung und bei gleichzeitiger Überschreitung der kritischen Betonranddehnung der Diagonalen.

6.5. Versuchskörper STQ4

Entsprechend der Ähnlichkeit zwischen den Versuchskörpern STQ1 und STQ4 unterschied sich das Tragverhalten der beiden nur unwesentlich. Dagegen waren die Verdrehungen (Bild 22a) und die Durchbiegungen (Bild 23a), bedingt durch den geringeren Betrag an Spannbewehrung, beim STQ1 größer als beim STQ4.

6.6. Versuchskörper STQ5

STQ5 erhielt eine geringere Vorspannung als die entsprechenden Versuchsbalken STQ1 und STQ4. Dementsprechend traten Risse bei etwa um 30 % niedrigeren Beanspruchungen auf.

Durch das ausgeglichene Verhältnis von Bügel- zu Längsbewehrung wurde erreicht, daß die gesamte Bewehrung im Bereich des Meßquerschnitts V etwa zur gleichen Zeit bei der 1,7-fachen Rißlast die Fließgrenze erreichte. Im Versagenszustand wurden in der Druckzone die kritischen Stauchungen überschritten. Der Abfall der Torsionssteifigkeit vom Riß- bis zum Fließbeginn fiel weitaus stärker aus als bei den o.a. Vergleichskörpern. Der Steifigkeitsverlust lag in der Größenordnung von 60 %.

6.7. Versuchskörper STQ6

Wie in 2.1. vermerkt, wurde der STQ6 je zur Hälfte mit geschweißten bzw. mit kraftschlüssig gestoßenen Bügeln versehen, um evtl. Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten beobachten zu können. Außerdem war die Bügelbewehrung stärker ausgebildet als bei den übrigen Versuchskörpern.

In der Beanspruchung der verschieden gestoßenen Bügel konnten keine signifikanten Unterschiede festgestellt werden.

Dagegen waren sowohl die Durchbiegungen als auch die Verdrehungen im Bereich I' (Bügel gestoßen) etwa 10 % größer als im Bereich I (Bügel geschweißt). Die Ursache liegt in dem größeren Schlupf der nicht verschweißten Bügel.

Den plastischen Zustand erreichte die Längs- und Bügelbewehrung nur in der querkraftfreien Zone.

Das Fließen setzte bei $T = 128 \text{ kNm}$ und $M_{\max} = 600 \text{ kNm}$ zuerst bei den unten liegenden Spanngliedern ein. Bei höheren Belastungen erreichten auch die unteren schlaffen Längsstähle sowie die Bügel in der Zugzone die Streckgrenze. Die oberen Längsstähle wurden sehr stark gestaucht, in einigen Bereichen bis zur Quetschgrenze.

Der Einfluß des Torsionsmoments auf die Biegesteifigkeit machte sich sehr stark bemerkbar. So stiegen die Durchbiegungen bei $T = 0$ und $M_{\max} = 600 \text{ kNm}$ fast auf das doppelte ihres Wertes bei $T = 240 \text{ kNm}$ und $M_{\max} = 600 \text{ kNm}$.

6.8. Versuchskörper STQ7

Der als Hohlkasten ausgebildete Versuchsbalken STQ7 unterschied sich vom STQ8 lediglich in der Art der Lastaufbringung.

Die Bügel erreichten die Fließgrenze bei der 1,2-fachen Rißlast in den Bereichen der größten Schubbeanspruchung. Bis zum Versagenszustand erfolgte eine weitgehende Plastizierung der Bügel in diesen Bereichen (siehe Bild 28). Die Längsbewehrung wurde wesentlich schwächer beansprucht und erreichte nur in der Biegezugzone die Fließgrenze (siehe Bild 29a - b). Die Stauchung in den Betondruckdiagonalen betrug in den Bereichen der größten Schubbeanspruchung max. 3,5 %.

6.9. Versuchskörper STQ8

STQ8 wurde im Gegensatz zum STQ7 bis zum Auftreten der ersten Risse nur auf Biegung mit Querkraft beansprucht. Hierdurch wurde die Torsionssteifigkeit schon bei geringer Torsionsbelastung um 50 % vermindert. Im Versagenszustand waren die Steifigkeiten des STQ8 etwas größer als die des STQ7. Sie betrugen dort etwa 12 % der ursprünglichen Steifigkeit. Durch die größere Belastung erfuhren die Längsstäbe eine stärkere Beanspruchung als beim STQ7, während bei den Bügeln eine Entlastung derselben zu beobachten war. Der Bruch trat durch ein Versagen der Druckdiagonalen im Bereich der größten Schubspannung auf.

6.10. Versuchskörper STQ9

Die Ursache des Versagens von Versuchskörper STQ9 lag an einer frühen Plastizierung der Bügel im Bereich des Meßquerschnitts I. Im Bruchzustand bildete sich in dem o.a. Bereich ein spiralförmig um den Körper laufender, klaffender Riß aus. Schon bei 80 % der Bruchlast war die Bügelbewehrung im Versagensbereich plastiziert. Die Reduzierung der Torsionssteifigkeit ist schon bei geringer Torsionsbelastung, verursacht durch Biegerisse, größer als bei dem vergleichbaren Versuchskörper STQ8.

6.11. Versuchskörper STQ10

Bei dem Versuchskörper STQ10 lag der Versagensbereich in der Umgebung des Meßquerschnitts V.

Bei 85 % der Bruchlast erreichten die Bügel in der Zugzone des betreffenden Querschnitts die Fließgrenze. Anschließend kam es zu einer Plastizierung der Gesamtbewehrung in der Biegezugzone.

Wie in Abschnitt 4 erwähnt, waren im Querschnittsinneren Dehnmeßstreifen zur Ermittlung der Dehnungsverteilung der Betondruckdiagonalen angebracht.

Die Ergebnisse sind in den Bildern 30 a - c dargestellt. Es zeigt sich, daß die größten Stauchungen am Betonrand auftreten. Die Dehnungsverteilung ist annähernd linear über die Dicke der Druckdiagonalen. Diese Er-

gebnisse stimmen weitgehend mit Versuchserfahrungen an anderen Stellen [10] überein.

Aus den Meßergebnissen zeigt sich, daß die Dicke der Druckdiagonalen, gemessen in der Querschnittsebene, lastabhängig ist. Sie ist eine Funktion der Randdehnung sowie der Krümmung der Diagonalen infolge Verwölbung des tordierten Querschnitts.

7. Versuchsauswertung

7.1. Querschnittswerte

Zur Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens der Versuchskörper werden das Torsionsträgheitsmoment J_T und das -widerstandsmoment W_T im ungerissenen Zustand als Bezugsgröße verwendet. Der Einfluß der Bewehrung auf die o.a. Werte bleibt unberücksichtigt. Untersuchungen von Leonhardt/Schelling [1] zeigen, daß bei Balken mit einem orthogonalen Bewehrungsnetz der Zuwachs von J_T und W_T infolge der Armierung selbst bei großen Bewehrungsgraden verhältnismäßig klein ist. Die Torsionsträgheits- und -widerstandsmomente gebräuchlicherer Querschnitte wie Hohlkasten und Rechteckquerschnitte sind u.a. in Tafel 23 des Heftes 220/DafStb. angegeben. Für zusammengesetzte offene Querschnitte kann das Torsionsträgheitsmoment vereinfachend wie folgt ermittelt werden:

$$J_T = \frac{1}{3} \sum b_i^3 \cdot d_i \quad (3)$$

Die für die Bemessung erforderliche Aufteilung der Torsionsmomente auf die einzelnen Querschnittsteile kann unter der Voraussetzung vorgenommen werden, daß sich alle Teile gleich verdrehen. Das anteilige Torsionsmoment beträgt

$$T_i = T \cdot \frac{J_{T_i}}{\sum J_{T_i}} \quad (4)$$

wobei sich J_{T_i} auf den i-ten Querschnittsanteil bezieht. Die in der Literatur angegebenen Formeln für Hohl- bzw. zusammengesetzte Querschnitte gelten strenggenommen nur für dünnwandige Bauteile. Leonhardt und

Schelling [1] geben einen Korrekturfaktor für $J_{T, \text{Bredt}}$ in Abhängigkeit des Verhältnisses Wanddicke/Querschnittsbreite an, der bei den Versuchshohlkästen $\sim 0,95$ beträgt. Da der zur Ermittlung der Steifigkeit benötigte Schubmodul weitaus größeren Schwankungen ausgesetzt ist, erscheint eine genauere Berechnung der Torsionsträgheitsmomente bei den Versuchshohlkästen nicht angebracht.

Bei Plattenbalken können die Unterschiede zwischen den genauen Werten und denjenigen unter Annahme eines dünnwandigen Querschnitts wesentlich größer ausfallen, wenn nach Gleichung (3) verfahren wird. Vergleichsuntersuchungen zeigen (vgl. Anhang), daß eine befriedigende Übereinstimmung zwischen exakten und Näherungswerten nur dann erwartet werden kann, wenn die Einzelquerschnitte (Flansch und Steg) wie Rechteckquerschnitte berücksichtigt werden.

Die Torsionsträgheits- und -widerstandsmomente aller Versuchsbalken sind in Tafel 2 wiedergegeben.

Außerdem enthält diese Tafel noch das Biegeträgheitsmoment J_B sowie den Schubquerschnitt A_Q der Versuchsbalken. Beide Werte wurden nach der E-Theorie unter Berücksichtigung des jeweiligen Bewehrungsgehalts ermittelt. Dabei ergibt sich A_Q zu:

$$A_Q = \frac{A}{\kappa} \quad (5)$$

$$\kappa = \frac{A}{Q^2} \int_A \tau^2(Q) \cdot dA \quad (6)$$

Bei Rechteckquerschnitten beträgt $\kappa = 1,2$.

Tafel 2 : Querschnittsgrößen der Versuchsbalken

Versuchsbalken	I_T [dm ⁴]	W_T		I_B		A_Q	
		Steg [dm ³]	Flansch [dm ³]	Bereich I [dm ⁴]	Bereich II [dm ⁴]	Bereich I [dm ²]	Bereich II [dm ²]
STQ 1	22,03	9,48	11,66	66,77	67,83	13,50	13,92
STQ 2	22,03	9,48	11,66	66,76	67,81	13,50	13,91
STQ 3	22,03	9,48	11,66	66,52	67,53	13,46	13,86
STQ 4	22,03	9,48	11,66	67,08	68,39	13,54	14,04
STQ 5	22,03	9,48	11,66	66,26	67,19	13,43	13,79
STQ 6	132,71	27,65	27,65	83,11	83,11	16,75	16,75
STQ 7	128,48	28,80	24,00	83,68	85,01	14,07	14,39
STQ 8	128,48	28,80	24,00	83,72	85,04	14,06	14,38
STQ 9	20,40	8,86	11,45	46,39	48,28	12,75	13,22
STQ 10	20,40	8,86	11,45	46,54	47,52	12,78	13,02

7.2. Tragfähigkeit

7.2.1. Allgemeines

Die Schnittgrößen der Versuchsbalken in den jeweiligen Bruchquerschnitten sind in Tafel 3 dargestellt. Die Werte gelten für die Höchstlasten. Der Bruch erfolgte bei einigen Balken; z.B. beim STQ6, schlagartig, in der Mehrzahl der Fälle kündigte sich das Versagen jedoch durch zunehmende Verformungen an.

7.2.2. Tragfähigkeit nach den Spannbetonrichtlinien

Nach den Spannbetonrichtlinien [5] kann man 3 Versagensarten unterscheiden:

Bruchart 1: Überschreitung der zulässigen schiefen Hauptzugspannung

Bruchart 2: Versagen der Bügelbewehrung

Bruchart 3: Versagen der Längsbewehrung

Zu Bruchart 1:

Die schiefe Hauptzugspannung im Bruchzustand darf die Werte der Tabelle 6, Zeile 57 - 62, nicht überschreiten. Dabei wird unterschieden, aus welcher Beanspruchungsart die Hauptzugspannungen herrühren. Deshalb wird nachfolgend die Bruchart 1 entsprechend dem Nachweisverfahren aufgeteilt:

Bruchart 1a: Überschreitung der zulässigen schiefen Hauptzugspannung nach Zeile 57 infolge Querkraftbeanspruchung

Bruchart 1b: Überschreitung der zulässigen schiefen Hauptzugspannung nach den Zeilen 59 oder 60 infolge Torsionsbeanspruchung

Bruchart 1c: Überschreitung der zulässigen schiefen Hauptzugspannung nach den Zeilen 61 und 62 infolge Querkraft- und Torsionsbeanspruchung

Zu Bruchart 2:

Die vorhandene Bügelbewehrung setzt sich aus einem Torsions- und einem Querkraftanteil zusammen. Die Torsionsbügelbewehrung wird dabei nach Abschnitt

Tafel 3 : Reiß- und Bruchschnittgrößen der Versuchsbalken

Versuchsbalken	Bereich I ⁺⁾						Bereich II ⁺⁾					
	T _R [KNm]	T _U [KNm]	M _R [KNm]	M _U [KNm]	Q _R [KN]	Q _U [KN]	T _R [KNm]	T _U [KNm]	M _R [KNm]	M _U [KNm]	Q _R [KN]	Q _U [KN]
STQ 1	52,5	105,5	94,8	175,6	32,5	114,0	52,5	—	94,8	—	90,2	—
STQ 2	24,5	61,3	248,9	620,2	95,6	242,9	24,5	61,3	248,9	-620,2	247,8	623,4
STQ 3	56,0	103,1	63,3	70,7	19,8	43,9	53,6	116,6	63,3	2,5	58,6	126,1
STQ 4	56,0	105,1	112,1	133,6	42,3	86,0	51,2	115,3	112,1	2,5	114,7	252,2
STQ 5	42,0	98,1	91,3	164,9	31,1	78,2	38,4	96,2	91,3	105,1	86,6	210,1
STQ 6	48,0	—	392,1	—	310,1	—	0,0	224,0	585,9	805,9	0,0	0,0
STQ 7	105,1	—	9,6	—	0,5	—	96,3	187,3	3,0	3,0	212,1	418,2
STQ 8	87,5	—	317,7	—	153,8	—	0,0	112,4	-315,2	277,9	327,9	548,6
STQ 9	14,0	73,2	33,1	66,4	11,2	64,6	0,0	—	-98,1	—	106,8	—
STQ 10	45,5	78,5	5,7	252,1	0,7	122,8	49,0	—	18,9	—	16,5	—

⁺⁾ Für die Bereichseinteilungen vgl. die Bilder 2a - e !

12.4.3 für die entsprechenden Zugkräfte eines gedachten räumlichen Fachwerkkastens mit Druckstreben unter einer Neigung von 45° zur Trägerachse bemessen, während bei der Ermittlung der Bügel zur Aufnahme der Querkraftbeanspruchung auch eine kleinere Neigung der Druckdiagonalen zugrunde gelegt werden darf. Durch Umstellung der Bemessungsgleichungen und in Kenntnis des Verhältnisses T/Q gelingt es, aus der eingelegten Bügelbewehrung die Tragfähigkeit zu ermitteln.

Zu Bruchart 3:

Die vorhandene Längsbewehrung setzt sich aus einem schlaffen und einem vorgespannten Anteil zusammen. Da nach 12.4.3 die Torsionsbewehrung getrennt von der Biege- und Schubarmierung zu ermitteln ist, wird nachfolgend die schlaffe Längsbewehrung der Versuchsbalken ausschließlich zur Aufnahme der Torsionsbeanspruchung und die Spannstähle zur Ermittlung des Biegebruchmomentes in Rechnung gestellt.

Die Bruchart 3 wird deshalb entsprechend dem Nachweisverfahren aufgeteilt in

Bruchart 3a: Versagen der schlaffen Längsbewehrung infolge Torsionsbeanspruchung,

Bruchart 3b: Versagen des Spannstahls oder der Druckzone infolge Biegebeanspruchung.

Bei der Bestimmung des Torsionsversagensmoments nach Bruchart 3a wurden die Druckbeanspruchungen der Querschnittsteile aus Längskraft und Biegemoment entsprechend 12.4.3 berücksichtigt.

In Tafel 4 sind die maßgebenden Torsionsversagensmomente nach den Spannbetonrichtlinien unter Angabe der jeweiligen Bruchart dargestellt. Die Klammerwerte bei den Plattenbalken STQ1 - STQ5 wurden unter Zugrundelegung eines T-förmigen Fachwerkkastenquerschnitts ermittelt, dessen Mittellinie durch die Mitte der Ecklängsstäbe verläuft, während die übrigen Werte durch Aufteilung des Torsionsmomentes wie in 7.1 beschrieben erfolgte. Die Traglast bestimmt sich aus der Tragfähigkeit der Einzelquerschnitte, wobei die Aufnahme der Querkraft allein dem Steg zugewiesen wurde.

Tafel 4 : Torsionsversagensmomente nach den Spannbetonrichtlinien [5]

Versuchsbalken	Bereich I			Bereich II		
	$T_{U\text{ sp.}}$ [KNm]	T_U [KNm]	$\frac{T_U}{T_{U\text{ sp.}}}$	$T_{U\text{ sp.}}$ [KNm]	T_U [KNm]	$\frac{T_U}{T_{U\text{ sp.}}}$
STQ 1	37,96 ^{3a} (42,87)	105,5	2,78(2,46)	37,96 ^{3a} (42,87)		
STQ 2	32,37 ² (35,22)	61,3	1,89(1,74)	20,90 ² (21,58)	61,3	2,93(2,84)
STQ 3	37,96 ^{3a} (42,87)	103,1	2,72(2,40)	37,96 ^{3a} (42,87)	116,6	3,07(2,71)
STQ 4	37,96 ^{3a} (42,87)	105,1	2,77(2,45)	37,96 ^{3a} (42,87)	115,3	3,03(2,68)
STQ 5	37,96 ^{3a} (42,87)	98,1	2,58(2,29)	37,96 ^{3a} (42,87)	96,2	2,53(2,24)
STQ 6	130,17 ^{1a}	—	—	130,17 ^{1a}	224,0	1,72
STQ 7	102,22 ²	—	—	86,03 ²	187,3	2,18
STQ 8	86,43 ²			46,00 ²	112,4	2,44
STQ 9	36,49 ^{3a}	73,2	2,00	36,49 ^{3a}	—	—
STQ 10	36,49 ^{3a 2}	78,5	2,15	36,49 ^{3a}	—	—

$T_{U\text{ sp.}}$ = Torsionsversagensmoment nach [5] ○ = Bruchart

T_U = Torsionsbruchmoment

() = Versagensmoment unter Annahme eines T-förmigen Kernquerschnittes

Das Verhältnis des Bruchtorsionsmomentes zum Torsionsversagensmoment nach [5] ist, abgesehen vom STQ2 und STQ6, größer als 2. Diese starke Unterschätzung der Traglast durch die Spannbetonrichtlinien läßt sich dadurch erklären, daß mit Ausnahme der beiden o.a. Balken die Biegetragfähigkeit der übrigen Versuchskörper nicht voll ausgenutzt ist. Dieser Überschuß an Spannbewehrung führt zu einer Verkleinerung des Neigungswinkels der Druckdiagonalen. Nach [5] darf bei der Torsionsbemessung jedoch ausschließlich eine Neigung der Druckstreben von 45° zugrunde gelegt werden. Deshalb wird nachfolgend geprüft, ob diese Neigung entsprechend der Schubbemessung auch kleiner als 45° werden kann bzw. von welchen Parametern sie beeinflußt wird.

7.2.3. Tragfähigkeit nach dem Fachwerkmodell mit variablem Druckstrebenneigungswinkel

Ein räumliches Fachwerkmodell mit variablem Neigungswinkel der Druckdiagonalen wurde für kombinierte Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft Anfang der 70iger Jahre von Thürlimann/Lüchinger [2] und Elfgrén [3] entwickelt. Beide unterscheiden sich darin, daß das Modell von [2] nur auf quadratische Querschnitte anwendbar ist, während das von [3] auch für Rechteckquerschnitte gilt. Sie sind im wesentlichen eine Weiterentwicklung der Lampertschen Fachwerkanalogie [6] für den Belastungsfall Torsion und Biegung.

Das räumliche Fachwerk setzt sich aus den in den Ecken konzentrierten Längsbewehrungsstäben als Gurte, den Bügeln mit dem Abstand s als Pfosten und den Betondiagonalen als Streben zusammen. Das Bruchmodell ist ausschließlich auf nicht überbewehrte Stahlbetonträger anwendbar, bei welchen während des Bruchvorganges sowohl die Längs- als auch die Bügelarmierung die Fließgrenze erreichen. Zu diesem Zweck müssen der Gesamtbewehrungsgehalt und auch das Verhältnis Längs-/Bügelbewehrung begrenzt werden. Zudem wird ein lokales Versagen insbesondere das Ausbrechen der Diagonalen in den Eckpunkten infolge zu dünner Eckstäbe bzw. zu großen Bügelabstands ausgeschlossen. Zur Ermittlung der Traglast müssen verschiedene Brucharten untersucht werden, wobei jede Bruchart durch die Lage ihrer Druckzone charakterisiert ist.

Bruchart 1: Druckzone oben,

Bruchart 2: Druckzone unten,

Bruchart 3: Druckzone an der Seite mit gegensätzlich gerichteten Schubflüssen aus Querkraft und Torsion.

Dabei wird angenommen, daß die Schwerachse der entsprechenden Druckzone durch die Schwerpunkte der jeweiligen Gurte verläuft und die Längsstäbe und Bügel an den für den Bruch maßgebenden Seiten ins Fließen kommen.

Lampert [6] und auch Lampert/Lüchinger/Thürlimann [7] zeigen, daß dieses Bruchmodell auch für vorgespannte Balken angewendet werden kann. Voraussetzung dafür ist jedoch, daß der Spannstahl vorgespannt ist ($\sim 0,65 \beta_{0,2}$), damit die Streckgrenze bei ähnlichen zusätzlichen Dehnungszuwächsen wie sie für schlaffe Bewehrung charakteristisch sind, erreicht wird.

Nachfolgend wird eine in [8] im einzelnen begründete Regelung zur Umwandlung der Spannbewehrung in eine äquivalente Schlaffbewehrung benutzt.

$$A_{s\bar{a}} = \frac{\beta_{0,2}}{\beta_{sl}} \cdot A_{pl} \quad \text{bzw.} \quad A_{s\bar{a}} = \frac{\sigma_{pl} + \beta_{sl}}{\beta_{sl}} \cdot A_{pl} \quad (7)$$

Der kleinere der beiden Werte ist maßgebend. Dabei ist

- A_{pl} - Querschnittsfläche der Spannstähle,
- $\beta_{0,2}$ - Streckgrenze der Spannstähle,
- $A_{s\bar{a}}$ - äquivalente Schlaffbewehrung
- β_{sl} - Streckgrenze der Schlaffbewehrung

Mit den Traglasten für die einzelnen Beanspruchungsgrößen

$$\begin{aligned} M_{uo} &= 2 \cdot A_{slu} \cdot \beta_{slu} \cdot d_k \\ T_{uo} &= 2 \cdot A_o \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot A_{slo} \cdot \beta_{slo} \cdot A_s \cdot \beta_{sB}}{(b_k + d_k) \cdot s}} \\ Q_{uo} &= 2 \cdot \sqrt{2 \cdot A_{slo} \cdot \beta_{slo} \cdot A_s \cdot \beta_{sB} \cdot \frac{\sigma_{nk}}{s}} \end{aligned} \quad (8)$$

lauten die Interaktionsgleichungen für die einzelnen Brucharten bei Erfüllung des Kräftegleichgewichts am Fachwerk in Längs- und Querrichtung und der Bildung des Momentengleichgewichts um die Schwerachsen der jeweiligen Druckzonen:

Bruchart 1

$$\frac{M_u}{M_{uo}} + \left(\frac{T_u}{T_{uo}}\right)^2 \cdot r + \left(\frac{Q_u}{Q_{uo}}\right)^2 \cdot r = 1 \quad (10)$$

Bruchart 2

$$\frac{M_u}{M_{uo}} \left(-\frac{1}{r}\right) + \left(\frac{T_u}{T_{uo}}\right)^2 + \left(\frac{Q_u}{Q_{uo}}\right)^2 = 1 \quad (11)$$

Bruchart 3

$$\begin{aligned} & \left(\frac{T_u}{T_{uo}}\right)^2 \cdot \frac{2r}{r+1} + \left(\frac{Q_u}{Q_{uo}}\right)^2 \cdot \frac{2r}{r+1} + \frac{T_u \cdot Q_u}{T_{uo} \cdot Q_{uo}} \cdot \frac{2r}{r+1} \\ & \cdot \frac{2}{\sqrt{1 + b_k/d_k}} = 1 \end{aligned} \quad (12)$$

wobei

$$r = \frac{A_{slo} \cdot \beta_{slo}}{A_{slu} \cdot \beta_{slu}}$$

A_{slo} = Querschnitt des oberen Gurts

β_{slo} = Streckgrenze des oberen Gurts

A_{slu} = Querschnitt des unteren Gurts

β_{slu} = Streckgrenze des unteren Gurts

A_s = Querschnittsfläche eines Bügelschenkels

$A_o = b_k \cdot d_k$ Fläche, die von der Verbindungslinie der Eckstäbe - Mittellinie des Fachwerkhohlkastens - eingeschlossen wird.

Mit den Verhältnissen

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{M_u}{T_u} \\ \zeta &= \frac{Q_u}{T_u} \end{aligned} \quad (9)$$

ergeben sich aus den Interaktionsgleichungen folgende Torsionstragfähigkeiten:

Bruchart 1

$$T_{u_1} = \frac{1}{A_1} (-0,5 \cdot \lambda + \sqrt{0,25 \cdot \lambda^2 + M_{uo} \cdot A_1})$$

$$A_1 = \left(\frac{1}{T_{uo}} + \frac{\zeta^2}{Q_{uo}} \right) M_{uo} \cdot r$$
(10a)

Bruchart 2

$$T_{u_2} = \frac{1}{r \cdot A_2} (0,5 \cdot \lambda + \sqrt{0,25 \cdot \lambda^2 + M_{uo} \cdot A_2 \cdot r^2})$$

$$A_2 = \left(\frac{1}{T_{uo}} + \frac{\zeta^2}{Q_{uo}} \right) \cdot M_{uo}$$
(11a)

Bruchart 3

$$T_{u_3} = T_{uo} \cdot Q_{uo} \sqrt{\frac{r+1}{2 \cdot r} \cdot A_3}$$

$$A_3 = \frac{1}{Q_{uo}^2 + \varphi \cdot T_{uo}^2 + \frac{\zeta \cdot T_{uo} \cdot Q_{uo} \cdot 2}{\sqrt{1 + s_k/d_k}}}$$
(12a)

Maßgebend für das Versagen ist das kleinste der drei Bruchmomente.

Wie schon angedeutet, gelten diese Gleichungen nur für die Versuchsbalken STQ6 - STQ10, sie sind bisher noch nicht für Plattenbalken aufgestellt worden. Mit den für Rechteckbalken getroffenen Annahmen wurden die Interaktionsgleichungen jedoch ebenfalls auf T-förmige Querschnitte erweitert. Unter der Annahme eines konstanten umlaufenden Schubflusses infolge des Torsionsmoments

$$q_T = \frac{T}{2 \cdot A_o}$$
(13)

und eines über die Höhe gleichmäßig verteilten Schubflusses aus Torsion

$$q_Q = \frac{Q}{2 \cdot d_k}$$
(13a)

sowie mit den nachfolgend skizzierten Abmessungen des Kernquerschnitts - Fläche, die von der Mittellinie des Fachwerkhohlkastens begrenzt wird - ergeben sich folgende Interaktionsgleichungen für Plattenbalken:

Bruchart 1

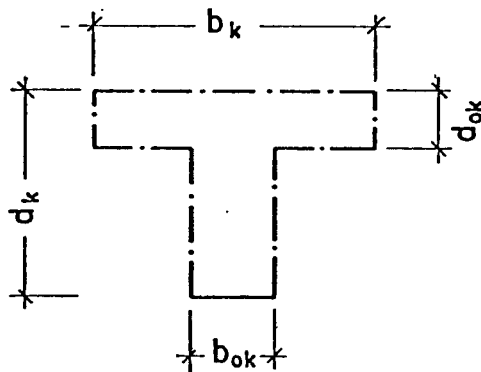
$$\frac{M_u}{M_{uo}} + \left(\frac{T_u}{T_{uo}}\right)^2 \cdot r \cdot u + \left(\frac{Q_u}{Q_{uo}}\right)^2 \cdot r = 1 \quad (15)$$

Bruchart 2

$$\frac{M_u}{M_{uo}} \left(-\frac{1}{r}\right) + \left(\frac{T_u}{T_{uo}}\right)^2 (2 - u) + \left(\frac{Q_u}{Q_{uo}}\right)^2 = 1 \quad (16)$$

Bruchart 3

$$\left(\frac{T_u}{T_{uo}}\right)^2 \cdot \frac{2r}{r+1} + \frac{Q_u \cdot T_u}{Q_{uo} \cdot T_{uo}} \cdot \frac{2r}{r+1} \cdot \frac{2 \cdot v}{\sqrt{1 + b_k/d_k}} = 1 \quad (17)$$



Abmessung der
Kernquerschnittsfläche
des Plattenbalkens

Die Traglasten für die "reinen Beanspruchungszustände" M_{uo} , T_{uo} und Q_{uo} sind in Anlehnung an Gleichung (8) mit der Kernquerschnittsfläche A_o für Plattenbalken nach Gl. (14) zu ermitteln.

$$A_o = b_{ok} \cdot d_k + (b_k - b_{ok}) \cdot d_{ok} \quad (14)$$

Ähnlich wie bei den Rechteckbalken lassen sich mit den Parametern nach (9) aus den Interaktionsgleichungen die Torsionstragfähigkeiten ermitteln:

Bruchart 1

$$T_{u1} = \frac{1}{A_1} (-0,5 \cdot \lambda + \sqrt{0,25 \cdot \lambda^2 + M_{uo} \cdot A_1})$$

$$A_1 = \left(\frac{u}{T_{uo}} + \frac{\zeta^2}{Q_{uo}} \cdot r \cdot M_{uo} \right) \quad (15a)$$

Bruchart 2

$$T_{u2} = \frac{1}{r \cdot A_2} (0,5 \cdot \lambda + \sqrt{0,25 \cdot \lambda^2 + M_{uo} \cdot A_2 \cdot r^2})$$

$$A_2 = \left(\frac{2-u}{T_{uo}} + \frac{\zeta^2}{Q_{uo}^2} \right) M_{uo} \quad (16a)$$

Bruchart 3

$$T_{u3} = T_{uo} \cdot Q_{uo} \sqrt{\frac{r+1}{2 \cdot r} A_3}$$

$$A_3 = \frac{1}{Q_{uo}^2 + \zeta \cdot T_{uo}^2 + \zeta \cdot \frac{T_{uo} \cdot Q_{uo} \cdot 2 \cdot v}{\sqrt{1 + b_k/d_k}}} \quad (17a)$$

Hierin bedeuten u und v

$$u = \frac{d_k + b_{ok} + \frac{d_{ok}}{d_k} (b_k - b_{ok})}{b_k + d_k}$$

$$v = 1 - \frac{d_{ok}}{d_k} \left(1 - \frac{b_k}{b_{ok}} \right) \quad (18)$$

Wie schon erwähnt, wird bei dem räumlichen Fachwerkmodell von [2] und [3] ein Fließen der Gesamtbewehrung an der für den Bruch maßgebenden Seiten vorausgesetzt. Bei den Versuchsbalken ist diese Voraussetzung jedoch nicht immer erfüllt.

Das Verhältnis der Längs- zur Querbewehrung beeinflusst sehr stark den Neigungswinkel der Druckdiagonalen. Aus Kompatibilitätsgründen ist diese Größe jedoch nicht beliebig variabel. Nach Thürliman's [9] Vorschlag soll sie wie folgt begrenzt werden:

$$0,5 \leq \tan \alpha \leq 2,0 \quad (19)$$

wobei

$$\tan \alpha = \frac{A_s \cdot \beta_{sB}}{q \cdot s} \quad (19a)$$

ist.

Bedingt durch den Überschuß an Längsbewehrung besteht bei den Versuchskörpern, vor allem an denjenigen Seitenflächen, an denen sich die schiefen Hauptzugspannungen aus Torsion und Querkraft addieren, die Gefahr, daß die untere Grenze nach Gleichung (19) unterschritten wird. Ist dies der Fall, muß das Torsionsbruchmoment mit der Grenzneigung von 0,5 berechnet werden.

$$T_u^* = \frac{2 \cdot A_s \cdot \beta_{sB}}{s \cdot 0,5 \left(\frac{1}{A_o} + \frac{1}{d_k} \right)} \quad (20)$$

Wie Elfgrén [3] zeigt, sind die Interaktionsgleichungen für die Stellen, an denen konzentrierte Lasten angreifen und außerdem das Biegemoment einen Extremwert besitzt, nicht anwendbar. Dies ist dadurch zu erklären, daß die Querkraft an dieser Stelle nicht die Spannung in den Gurten beeinflusst, wie dies bei der Ableitung der Interaktionsgleichungen vorausgesetzt war. Anwendbar sind die Gleichungen jedoch in einer Entfernung x vom Lastangriff (Versatzmaß):

$$x = \frac{d_k}{2} \cdot \cot \alpha_v \quad (21)$$

$$\cot \alpha_v = \frac{Q}{2 d_k} \cdot \frac{s}{A_s \cdot \beta_{sB}}$$

In Tafel 5 sind die anhand des räumlichen Fachwerkmodells mit variablem Neigungswinkel ermittelten Torsionsversagsmomente unter Angabe der Bruchart dargestellt und mit den im Versuch erzielten Bruchmomenten verglichen. Dabei stimmt der nach der Fachwerkanalogie vorausgesagte Versagsort häufig nicht mit dem beim Versuch beobachteten überein. Deshalb sind in Tafel 5, auch in Klammern die theoretischen Bruchmomente für den tatsächlichen Versagsbereich angegeben.

Das Verhältnis der rechnerischen und beobachteten Bruchtorsionsmomente nach [2] und [3] ist wesentlich besser als nach den Spannbetonrichtlinien [5] (Tafel 4).

Tafel 5: Torsionsversagensmomente anhand des räumlichen Fachwerkmodells von Thürlimann/Lüchingen [2] und Elfgrén [3]

Versuchsbalken	Bereich I			Bereich II		
	T_{UT} [KNm]	T_U [KNm]	$\frac{T_U}{T_{UT}}$	T_{UT} [KNm]	T_U [KNm]	$\frac{T_U}{T_{UT}}$
STQ 1	72,4 ^② (75,3) ^③	105,5	1,46(1,40)	97,2 ^②	—	—
STQ 2	42,7 ^① (42,7) ^①	61,3	1,44(1,44)	48,5 [*]	61,3	1,26
STQ 3	62,1 ^② (65,8) ^②	103,1	1,66(1,57)	114,0 ^② (122,4) ^③	116,6	1,02(0,95)
STQ 4	69,9 ^② (74,3) ^②	105,1	1,50(1,42)	106,5 [*]	115,3	1,08
STQ 5	58,1 ^② (64,0) ^③	98,1	1,69(1,53)	77,6 ^② (84,7) ^③	96,2	1,24(1,14)
STQ 6	236,6 ^①	—	—	212,6 ^①	224,0	1,05
STQ 7	158,4 ^①	—	—	175,8 [*]	187,3	1,07
STQ 8	106,7 ^①	—	—	106,3 [*]	112,4	1,06
STQ 9	64,8 ^② (69,4) ^②	73,2	1,13(1,05)	91,09 ^②	—	—
STQ 10	64,2 ^① (68,1) ^①	78,5	1,22(1,15)	60,0 ^②	—	—

T_{UT} = Torsionsversagensmoment nach [2] bzw. [3]

○ = Bruchart

T_U = Torsionsbruchmoment

() = Versagensmoment im

(*) = Begrenzung d. Neigungswinkel d. Druckdiagonalen

Bruchquerschnitt

Dies ist dadurch zu erklären, daß die erweiterte Fachwerkanalogie (Druckstrebenneigung variabel) die wirklichen Verhältnisse besser erfaßt.

Aus den Ergebnissen nach Tafel 5 lassen sich folgende Feststellungen machen:

- Im Bereich II ist eine gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen Versagemomenten nach der Fachwerkanalogie und den Versuchswerten festzustellen. Allerdings ist zu beachten, daß in diesem Bereich sehr oft die Versagensursache eine Überbeanspruchung der Betondruckdiagonalen war, die von der Theorie nicht erfaßt wird.
- Im Bereich I ist die Längsbewehrung innerhalb des Querschnitts verschieden stark beansprucht. So erfuhren im Auflagerbereich die oberen Bewehrungsstäbe eine stärkere Ausnutzung als die unteren, während zur Feldmitte hin sich diese Verhältnisse umkehren. Dies führt zu stark unterschiedlichen Versagemomenten nach Bruchart 1 bzw. 2. In Wirklichkeit wird es bei dieser Bewehrungsanordnung zu einer Spannungsumlagerung innerhalb des Querschnitts kommen. Dies bestätigen auch die Versuchsergebnisse von Lampert/Thürlimann [11].

7.2.4. Versagen des Betons

Ein Nachteil der Fachwerkanalogie besteht darin, daß hierbei ein Fließen der Bewehrung im Bruchzustand vorausgesetzt wird und deshalb Fälle, wo ein Versagen des Betons eintritt nicht erfaßt werden. Im wesentlichen kann der Beton den Bruch in dreierlei Weise beeinflussen.

- a) Versagen des Balkens nach Bildung des ersten Risses ("Sprödbbruch")
- b) Versagen der Betondruckzone, bevor die Zugbewehrung ihre Fließspannung erreicht hat (überbewehrt für Biegung)
- c) Versagen der Betondruckdiagonalen, bevor die Schubbewehrung ihre Fließspannung erreicht hat (überbewehrt für Querkraft und Torsion).

Zu a) :

Dieser Versagensart kann man durch Anordnung einer Mindestbewehrung begegnen, die imstande ist, die Beanspruchungen an der Rißgrenze aufzunehmen.

Zu b) :

Ein Versagen der Betondruckzone tritt häufig bei überwiegender Biegung auf. Sie kann dadurch verhindert werden, indem die Längsbewehrung begrenzt wird. Ein gleichzeitig angreifendes Torsionsmoment verringert zwar die Höhe der Druckzone, vergrößert aber gleichzeitig den Hebelarm der inneren Kräfte, so daß der maximale Längsbewehrungsgehalt für reine Biegung zugleich eine sichere Begrenzung für den kombinierten Lastfall darstellt.

Zu c) :

Ein Versagen der Betondruckdiagonalen durch einen sogenannten "schiefen Druckbruch" vor dem Fließen der Schubbewehrung kann durch eine entsprechende Begrenzung der Schubspannung verhindert werden. Die Spannungsverteilung über die Diagonale ist jedoch nicht konstant (siehe Bild 3o). Außerdem ist es nicht einfach, die effektive Wanddicke der Druckdiagonalen - vor allem bei Vollwandquerschnitten - zu erfassen. Versuche nach [1o] sowie eigene Untersuchungen zeigen, daß die effektive Wanddicke von der Krümmung der Diagonalen infolge Verwölbung des tordierten Querschnitts beeinflusst wird. Da sich die Verdrehung im Zustand II im wesentlichen umgekehrt proportional zum Bewehrungsgrad verhält, vergrößert sich im allgemeinen die Wanddicke bei steigendem Armierungsgehalt.

Nach dem CEB-Model-Code [8] ist die Dicke der Diagonalen allein von den Querschnittsabmessungen abhängig und beträgt

$$t_o = \frac{d_m}{6} \quad (22)$$

jedoch nicht mehr als die tatsächliche Wanddicke. Dabei stellt d_m den Durchmesser des in die Mittellinie des Fachwerkhohlkastens einbeschriebenen Kreises dar.

In [8] wird die maximale Torsionsschubspannung mit $0,25 \cdot f_{cd} \cdot \sin 2 \alpha$ angegeben. f_{cd} ist dabei die charakteristische Druckfestigkeit des Betons f_{ck} (Zylinderfestigkeit) dividiert durch einen Teilsicherheitsbeiwert.

Da nachfolgend die Traglast infolge Versagens der Betondiagonalen nach [8] mit den entsprechenden Werten der Spannbetonrichtlinien [5] verglichen werden soll, bei denen keine Aufspaltung des Sicherheitsbeiwerts erfolgt, wird bei der Ermittlung der Tragfähigkeit f_{ck} statt f_{cd} eingesetzt.

Bei kombinierter Beanspruchung ist ein Versagen der Betondruckdiagonalen gemäß [8] nach folgender Interaktionsgleichung zu begrenzen

$$\frac{T_{uc}}{T_{uco}} + \frac{Q_{uc}}{Q_{uco}} = 1 \quad (23)$$

wobei

$$T_{uco} = 0,25 \cdot f_{ck} \cdot 2 \cdot A_o \cdot t_o \cdot \sin 2 \alpha \quad (24)$$

$$Q_{uco} = 0,3 \cdot f_{ck} \cdot b_w \cdot d_k \cdot \sin 2 \alpha$$

und b_w die Breite des Steges abzüglich des halben Durchmessers der im Steg einliegenden Spannstähle ist.

Aus Gleichung (23) läßt sich die Torsionstragfähigkeit infolge Versagens der Druckdiagonalen ermitteln:

$$T_{uc} = \frac{T_{uco} \cdot Q_{uco}}{Q_{uco} + T_{uco}} \quad (23a)$$

Nach den Spannbetonrichtlinien soll ein Versagen der Betondiagonalen durch Begrenzung der schiefen Hauptzugspannungen verhindert werden. Dieser Nachweis ist weder theoretisch noch praktisch begründet, weil bei ausreichender Bewehrung nicht die Hauptzug-, sondern die Hauptdruckspannungen maßgebend sind. Wenig begründet erscheint außerdem, daß als maßgebender Wert in Zone b (Bereich, in dem sich die Schubrisse aus Biegerissen entwickeln) für Querkraftbeanspruchung der Rechenwert der Schubspannungen nach Zustand II gilt, während für die Torsionsbeanspruchung die Schubspannungen

Tafel 6 : Torsionstraglasten infolge Betonstrebenbruch nach [5] und [8]

Versuchsbalken	Bereich I				Bereich II			
	T_{UC} [KNm]	T_{U1} [KNm]	$\frac{T_U}{T_{UC}}$	$\frac{T_U}{T_{U1}}$	T_{UC} [KNm]	T_{U1} [KNm]	$\frac{T_U}{T_{UC}}$	$\frac{T_U}{T_{U1}}$
STQ 1	51,5	44,6	2,05	2,37	44,5	44,6	—	—
STQ 2	47,1	44,6	1,30	1,37	32,6	31,8	1,88	1,93
STQ 3	59,9	44,6	1,72	2,31	51,2	44,6	2,28	2,61
STQ 4	54,5	44,6	1,93	2,36	45,2	44,6	2,55	2,59
STQ 5	58,4	44,6	1,68	2,20	52,8	44,6	1,82	2,16
STQ 6	243,8	130,2	—	—	433,9	130,2	0,52	1,72
STQ 7	288,1	113,0	—	—	193,6	113,0	0,97	1,66
STQ 8	246,6	113,0	—	—	124,5	76,5	0,90	1,47
STQ 9	44,9	41,8	1,63	1,75	38,92	41,8	—	—
STQ 10	41,4	41,8	1,90	1,88	38,50	41,8	—	—

T_{UC} = Torsionstraglast nach dem CEB - Model - Code [8]

T_{U1} = Torsionstraglast nach den Spannbetonrichtlinien

T_U = Torsionsbruchmoment

nach Zustand I zu ermitteln sind.

Trotz der Mängel dieses Nachweises erfolgt in Tafel 6 ein Vergleich der Torsionstraglasten infolge Betondruckstrebenbruch nach [5] und [8]. Dabei zeigt sich, daß die Spannbetonrichtlinien die Tragfähigkeit bei Versagen der Druckstreben stark unterschätzen. Beim CEB-Model-Code gilt das gleiche für die Plattenbalken und die Rechteckbalken. Für die Hohlkästen STQ7 und STQ8, die infolge Zerstörung der Druckdiagonalen zu Bruch gingen, überschätzt [8] jedoch geringfügig deren Tragfähigkeit. Dies ist dadurch zu erklären, daß die Druckdiagonalen dieser Balken dort versagten, wo sie durch die einliegende Spannbewehrung geschwächt wurden (siehe Bild 17 und 18). Ähnlich wie bei der Ermittlung der nominellen Stegbreite muß in solchen Fällen auch die Wanddicke t_o um den Anteil des einliegenden Spannstahldurchmessers vermindert werden.

Beim STQ6 liegt die Tragkraft infolge Versagens der Betondruckdiagonalen ebenfalls über der beim Versuch festgestellten. Im Gegensatz zu den Versuchskörpern STQ7 und STQ8 ging jedoch der STQ6 durch ein Versagen der Längsbewehrung zu Bruch. Diese Versagensart wird durch das Fachwerkmodell mit variabler Druckstrebenneigung gut erfaßt (siehe Tafel 5).

Bei den Plattenbalken und Vollwandquerschnitten scheint die starke Unterschätzung der Tragfähigkeit bei Druckbruch nach [8] an der Ermittlung der effektiven Wanddicke nach Gleichung (22) zu liegen. So beträgt bei den o. a. Versuchskörpern die Dicke der Diagonalen nach dieser Gleichung nur 3,2 cm, während sie nach Versuchsergebnissen beim STQ10 bei ca. 7,0 cm lag (siehe Bild 30).

Zusammenfassend ist festzustellen, daß die Ermittlung der Torsionstragfähigkeit infolge Betonversagens unter kombinierter Beanspruchung aus M, T und Q von Spannbetonbalken weder nach [8] noch nach [5] genügend genau geschieht und daher weiterer Untersuchungen bedarf.

7.3. Verformungen

7.3.1. Allgemeines

Im elastischen Zustand kann man den Baustoff Stahlbeton als homogen und isotrop annehmen. Die während dieser Phase des Versuchs gemessenen Torsionsverdrehungen ϑ sowie die Durchbiegungen v lassen sich dementsprechend nach der Elastizitätstheorie ermitteln:

$$\vartheta = \frac{T}{K_T^I} \quad (25)$$

$$\text{mit } K_T^I = G \cdot J_T = T/\vartheta$$

und

$$v = \iint \frac{M}{K_B^I} \cdot dx \cdot dx + \int \frac{Q}{K_S^I} dx \quad (26)$$

$$\text{bzw. } v = \iint \phi \cdot dx \cdot dx + \int \gamma \cdot dx$$

$$\text{mit } K_B^I = E_b \cdot J_B = M/\phi$$

$$K_S^I = G \cdot A_Q = Q/\gamma$$

Hierin bedeuten:

$$G = \text{Schubmodul} = \frac{E_b}{2(1 + \mu)}$$

E_b - Elastizitätsmodul des Betons

μ - Querdehnungszahl des Betons

ϕ - Biegekrümmung

γ Die von der Querkraft verursachte Gleitung

Tafel 7 :Steifigkeiten der Versuchsbalken im Zustand I

Versuchsbalken	K_T [MNm ²]	K_B		K_S	
		Bereich I [MNm ²]	Bereich II [MNm ²]	Bereich I [MN]	Bereich II [MN]
STQ 1	29,63	215,67	219,09	1816,88	1873,40
STQ 2	29,72	216,30	219,70	1822,50	1877,85
STQ 3	30,71	222,84	226,23	1878,79	1934,63
STQ 4	34,86	254,90	259,88	2143,83	2223,00
STQ 5	31,43	235,89	239,20	1992,12	2045,52
STQ 6	199,62	300,03	300,03	2519,48	2519,48
STQ 7	194,83	304,59	309,44	2133,95	2182,48
STQ 8	195,88	306,41	311,24	2144,15	2192,95
STQ 9	28,52	155,87	162,22	1785,00	1850,80
STQ 10	27,69	151,72	154,91	1735,95	1768,55

Unter der Annahme einer Querdehnungszahl $\mu = 0,2$, der E-Moduli der Versuchsbalken nach Tafel 1 sowie der Querschnittswerte nach Tafel 3 können die jeweils über die Gesamtlänge (K_T) bzw. bereichsweise gültigen (K_B und K_S) Steifigkeitsgrößen der Balkenquerschnitte nach den Gl. (25) und (26) ermittelt wurden. Sie sind in Tafel 7 zusammengestellt.

Mit dem Entstehen der Risse wird der Spannungszustand der Spannbetonbalken völlig verändert, indem nunmehr die Bewehrung zur Tragwirkung herangezogen wird. Das neue innere Kräftesystem besteht aus den Zugkräften der Bewehrung und den Druckkräften der zwischen den Rissen verlaufenden Betondruckstreben. Der ursprünglich mit guter Näherung als ein zweidimensionales Spannungsproblem idealisierte Torsionsbelastungszustand geht somit in ein dreidimensionales Problem über. Dies ist mit einer starken Zunahme der Verformungen verbunden.

Im Gegensatz zum Zustand I sind Verdrehung ϑ , Krümmung ϕ und Schubverformung γ nicht mehr unabhängig voneinander; sie werden gemeinsam von T , M , und Q beeinflusst. So kann z. B. im Auflagerbereich bei ungleicher Verteilung der Längsbewehrung in der Querschnittsebene auch ohne Biegebeanspruchung eine Krümmung ϕ auftreten. Bei Einführung von Verformungskoeffizienten, welche die Verformung infolge einer Einzellast angeben - Nachgiebigkeitsmatrix -, schreiben sich die gesuchten Größen zu :

$$\begin{bmatrix} \vartheta \\ \phi \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{TT} & f_{TM} & f_{TQ} \\ f_{MT} & f_{MM} & f_{MQ} \\ f_{QT} & f_{QM} & f_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ M \\ Q \end{bmatrix} \quad (26a)$$

worin z.B. f_{TT} die Verdrehung infolge $T = 1$ bedeutet. Nach dem Satz von Maxwell muß $f_{MT} = f_{TM}$, $f_{QT} = f_{TQ}$ und $f_{QM} = f_{MQ}$ sein.

Die Inversion der Nachgiebigkeitsmatrix liefert die Steifigkeitsmatrix, welche wie diese vollbesetzt ist. Da es praktisch einfacher ist, mit beanspruchungsabhängigen Größen zu arbeiten, wird die Steifigkeitsmatrix so umgewandelt, daß sie nur noch Diagonalglieder besitzt.

Definiert man nun die Querschnittssteifigkeiten im gerissenen Zustand als beanspruchungsabhängige Größen in der Form :

$$\begin{aligned} K_T^{II} &= T/\vartheta \\ K_B^{II} &= M/\phi \\ K_S^{II} &= Q/\gamma \end{aligned} \quad (27)$$

so ergibt sich aus der vorgenannten Überlegung, daß diese Steifigkeiten nicht eigentliche Steifigkeiten im Sinne der Baustatik, d.h. Kraftgrößen infolge von Einheitsverformungen, sondern von den Beanspruchungsverhältnissen M/T und M/Q des Querschnitts abhängige Größen sind.

7.3.2 Versuchswerte

Die während des Versuchs gemessenen Verdrehungen sowie die Durchbiegungen v sind in den Bildern 22a - d bzw. 23a - d über die äußere Beanspruchung aufgetragen. Die Tafeln 8, 9 und 10 enthalten die gemessenen Verdrehungen bzw. Torsionssteifigkeiten nach Gl. 27 beim sichtbaren Erscheinen der ersten Risse, beim Fließbeginn der Bewehrung sowie im Versagenszustand. Außerdem sind in den Tafeln 9 und 10 die gemessenen Durchbiegungen der Versuchskörper beim Fließmoment bzw. im Versagenszustand dargestellt. Die Steifigkeiten sind jedoch keine Querschnittssteifigkeiten, sondern Steifigkeiten einzelner Balkenbereiche. Dabei ist zu beachten, daß der Verlauf der Beanspruchung über diesen Balkenbereich nicht konstant ist und der Fließbeginn der Bewehrung oft nur in einzelnen Querschnittsteilen dieser Bereiche erfolgt. Entsprechendes gilt für den Versagenszustand. Die gemessenen Durchbiegungen v geben keine genaue Auskunft über den Biegesteifigkeitsabfall bzw. die Veränderung der Schubsteifigkeit im gerissenen Zustand, da beide Steifigkeiten über die Integrationsgleichung (26) miteinander verknüpft sind. Eine genaue Aussage über den Verlauf dieser beiden Steifigkeiten im Zustand II kann erst mit Hilfe der gemessenen Dehnungen der Bewehrung bzw. der Druckdiagonalen erfolgen. (siehe 7.3.3)

Tafel 8 : Torsionssteifigkeiten beim Rißbeginn

Versuchs- balken	Meßbereich	T (KNm)	ϑ (1/Km)	K_{TR} (MNm ²)	$\frac{K_{TR}}{K_T^I}$
STQ 1	XVII ÷ III	52,5	2,96	17,74	0,60
	III ÷ VII	52,5	3,04	17,27	0,58
	VII ÷ X	52,5	2,80	18,75	0,68
	X ÷ XIII	52,5	-	-	-
STQ 2	XVII ÷ III	43,7	1,01	43,26	1,46
	III ÷ VII	24,5	0,30	81,67	2,75
	VII ÷ X	24,5	0,74	33,11	1,11
	X ÷ XIII	35,0	0,52	67,30	2,26
STQ 3	XVII ÷ III	56,0	4,06	13,79	0,45
	III ÷ VII	56,0	4,43	12,64	0,41
	VII ÷ X	53,6	3,89	13,78	0,45
	X ÷ XIII	67,0	7,17	9,35	0,30
STQ 4	XVII ÷ III	56,0	3,50	16,00	0,46
	III ÷ VII	56,0	4,37	12,81	0,37
	VII ÷ X	51,2	4,20	12,19	0,35
	X ÷ XIII	51,2	2,23	23,96	0,66
STQ 5	XVII ÷ III	42,0	2,37	17,72	0,56
	III ÷ VII	42,0	2,01	20,90	0,66
	VII ÷ X	38,4	2,10	18,29	0,58
	X ÷ XIII	38,4	2,38	16,13	0,51
STQ 6	I ÷ V	48,0	0,23	208,70	1,05
	III ÷ VII	0,0	-	-	1,00
	VII ÷ X	0,0	-	-	1,00
	X ÷ XIV	48,0	0,64	75,00	0,38
STQ 7	XVII ÷ III	105,1	1,14	92,19	0,47
	III ÷ VII	105,1	2,07	50,77	0,26
	VII ÷ X	96,3	1,20	80,25	0,41
	X ÷ XIII	96,3	1,12	85,98	0,44
STQ 8	XVII ÷ III	105,1	1,92	54,73	0,28
	III ÷ VII	87,5	1,95	44,87	0,23
	VII ÷ X	71,0	1,87	37,97	0,19
	X ÷ XIII	0,0	-	-	1,00
STQ 9	XVII ÷ III	14,0	2,13	6,57	0,23
	III ÷ VII	39,2	2,70	14,52	0,51
	VII ÷ X	23,4	2,09	11,20	0,39
	X ÷ XIII	-	-	-	1,00
STQ 10	XVII ÷ III	45,5	3,39	13,42	0,48
	III ÷ VII	45,5	3,09	14,72	0,53
	VII ÷ X	49,0	3,62	13,53	0,49
	X ÷ XIII	44,8	3,25	13,78	0,50

Tafel 9: Verformungen und Steifigkeiten beim Fließbeginn

Versuchsbalken	Meßbereich	Versuchsergebnisse						Meß- querschnitt	V (mm)	M _{max} (KNm)
		T (KNm)	ϑ (1/Km)	$\lambda = \frac{M}{T}$ [-]	$\zeta = \frac{Q}{T}$ (1/m)	K _{TF} (MNm ²)	K _{TF} /K _F ^I [-]			
STQ 1	XVII ÷ III	70,04	12,00	0,80	0,80	5,84	0,20	XVII	0,70	140,0
	III ÷ VII	70,04	13,10	1,60	0,80	5,34	0,18	III	2,29	
	VII ÷ X	89,56	19,75	1,08	-2,15	4,54	0,15	VII	2,68	
	X ÷ XIII	90,25	-	-0,75	-2,13	-	-	X	1,54	
STQ 2	XVII ÷ III	52,54	2,29	4,00	4,00	22,94	0,77	XVII	1,51	350,2
	III ÷ VII	35,01	1,03	8,00	4,00	33,99	1,14	III	3,95	
	VII ÷ X	35,01	2,02	5,00	-10,00	17,33	0,58	VII	5,03	
	X ÷ XIII	38,50	2,42	-3,50	-10,00	15,91	0,54	X	2,99	
STQ 3	XVII ÷ III	70,04	15,15	0,40	0,40	4,62	0,15	XVII	-0,14	70,0
	III ÷ VII	70,04	14,04	0,80	0,40	4,99	0,16	III	0,53	
	VII ÷ X	93,86	25,07	0,52	-1,05	3,74	0,12	VII	0,67	
	X ÷ XIII	93,86	14,29	-0,37	-1,05	6,57	0,21	X	0,30	
STQ 4	XVII ÷ III	56,04	3,50	0,80	0,80	16,01	0,46	XVII	0,66	112,0
	III ÷ VII	56,04	4,37	1,60	0,80	12,82	0,37	III	1,16	
	VII ÷ X	51,23	4,20	1,09	-2,19	12,20	0,35	VII	1,46	
	X ÷ XIII	89,65	15,13	-0,77	-2,19	5,93	0,17	X	0,87	
STQ 5	XVII ÷ III	63,04	15,09	0,80	0,80	4,18	0,13	XVII	1,19	126
	III ÷ VII	63,04	17,26	1,60	0,80	3,65	0,12	III	3,22	
	VII ÷ X	64,04	14,99	1,09	-2,19	4,27	0,14	VII	4,28	
	X ÷ XIII	70,45	14,19	-0,77	-2,19	4,96	0,16	X	1,93	
STQ 6	I ÷ V	128,00	1,94	2,93	2,34	65,68	0,33	I	4,98	600
	V ÷ VII	128,00	2,63	4,69	0,0	48,67	0,24	V	16,35	
	VII ÷ X	128,00	2,69	4,69	0,0	47,58	0,24	VII	18,92	
	X ÷ XIV	128,00	2,46	2,93	-2,34	52,03	0,26	X	16,61	
STQ 7	XVII ÷ III	126,08	4,24	0,80	0,80	27,77	0,14	XVII	1,41	252,1
	III ÷ VII	126,08	3,60	1,60	0,80	35,02	0,18	III	3,49	
	VII ÷ X	134,49	3,48	1,09	-2,19	38,65	0,19	VII	4,25	
	X ÷ XIII	134,49	5,21	-0,77	-2,19	25,81	0,13	X	2,79	
STQ 8	XVII ÷ III	122,63	5,45	1,60	1,60	22,50	0,11	XVII	1,58	420,2
	III ÷ VII	105,07	3,74	3,20	1,60	28,09	0,14	III	2,15	
	VII ÷ X	94,28	3,72	2,41	-4,83	25,35	0,13	VII	5,56	
	X ÷ XIII	87,05	4,61	-1,69	-4,83	18,86	0,10	X	7,00	
STQ 9	XVII ÷ III	56,04	10,32	0,80	0,80	5,43	0,19	XVII	4,14	112,0
	III ÷ VII	56,04	11,88	1,60	0,80	4,72	0,17	III	1,43	
	VII ÷ X	51,23	6,98	1,09	-2,19	7,36	0,26	VII	0,58	
	X ÷ XIII	51,23	14,71	-0,77	-2,19	3,48	0,12	X	0,97	
STQ 10	XVII ÷ III	42,03	11,55	1,60	1,60	3,60	0,13	XVII	1,28	70,0
	III ÷ VII	63,04	18,25	3,20	1,60	3,45	0,12	III	0,95	
	VII ÷ X	55,13	14,65	2,41	-4,83	3,76	0,14	VII	0,75	
	X ÷ XIII	46,03	3,47	-0,53	-1,52	13,27	0,48	X	0,61	

Tafel 10: Verformungen und Steifigkeiten im Versagenszustand

Versuchsbalken	Meßbereich	Versuchsergebnisse						Meß- querschnitt	V [mm]	M _{max} [KNm]
		T [KNm]	δ [1/Km]	$\lambda = \frac{M}{T}$ [-]	$\zeta = \frac{Q}{T}$ [1/m]	K _{TU} [MNm]	K _{TU} /K _T ^I [-]			
STQ 1	XVII ÷ III	105,5	66,52	1,06	1,06	1,58	0,05	XVII	1,25	280,1
	III ÷ VII	105,5	70,51	2,12	1,06	1,50	0,05	III	7,32	
	VII ÷ X	105,5	47,94	1,33	- 2,66	2,20	0,07	VII	10,33	
	X ÷ XIII	105,5	—	- 0,75	- 2,66	—	—	X	6,82	
STQ 2	XVII ÷ III	61,3	4,05	4,00	4,00	15,14	0,51	XVII	8,00	612,8
	III ÷ VII	61,3	9,84	8,00	4,00	6,23	0,21	III	21,66	
	VII ÷ X	61,3	18,83	5,00	10,00	3,26	0,11	VII	31,05	
	X ÷ XIII	61,3	—	3,50	10,00	—	—	X	15,00	
STQ 3	XVII ÷ III	98,1	42,67	0,40	0,40	2,30	0,07	XVII	0,25	98,0
	III ÷ VII	98,1	45,97	0,80	0,40	2,13	0,07	III	1,58	
	VII ÷ X	93,9	25,07	0,52	1,04	3,75	0,12	VII	1,57	
	X ÷ XIII	93,9	14,29	- 0,37	1,04	6,57	0,21	X	0,43	
STQ 4	XVII ÷ III	105,1	52,72	0,80	0,80	1,99	0,06	XVII	2,09	210,1
	III ÷ VII	105,1	55,30	1,60	0,80	1,90	0,05	III	5,09	
	VII ÷ X	96,0	34,46	1,09	- 2,19	2,79	0,08	VII	6,41	
	X ÷ XIII	96,0	13,04	- 0,77	- 2,19	7,36	0,21	X	3,85	
STQ 5	XVII ÷ III	94,5	63,65	0,80	0,80	1,48	0,05	XVII	4,39	189,1
	III ÷ VII	94,5	68,29	1,60	0,80	1,38	0,04	III	13,46	
	VII ÷ X	86,4	34,95	1,09	- 2,19	2,47	0,08	VII	14,18	
	X ÷ XIII	86,4	25,31	- 0,77	- 2,19	3,41	0,11	X	7,00	
STQ 6	I ÷ V	240,0	7,87	1,88	1,50	30,50	0,15	I	9,85	720
	V ÷ VII	240,0	14,70	3,0	0,0	16,33	0,08	V	34,35	
	VII ÷ X	240,0	14,71	3,0	0,0	16,32	0,08	VII	40,91	
	X ÷ XIV	240	9,90	1,88	- 1,50	24,24	0,12	X	35,18	
STQ 7	XVII ÷ III	204,8	29,34	0,80	0,80	6,98	0,04	XVII	6,20	409,7
	III ÷ VII	204,8	16,68	1,60	0,80	12,28	0,06	III	21,56	
	VII ÷ X	187,2	20,44	1,09	- 2,19	9,16	0,05	VII	27,95	
	X ÷ XIII	187,2	35,48	- 0,77	- 2,19	5,28	0,03	X	16,05	
STQ 8	XVII ÷ III	131,4	6,99	1,60	1,60	18,78	0,10	XVII	3,92	525,3
	III ÷ VII	131,4	8,82	3,20	1,60	14,89	0,08	III	11,70	
	VII ÷ X	108,8	7,02	2,41	- 4,83	15,50	0,08	VII	14,74	
	X ÷ XIII	108,8	11,21	- 1,69	- 4,83	9,71	0,05	X	8,42	
STQ 9	XVII ÷ III	70,0	24,62	0,80	0,80	2,84	0,10	XVII	0,36	140,0
	III ÷ VII	70,0	22,86	1,60	0,80	3,06	0,11	III	0,89	
	VII ÷ X	64,0	13,43	1,09	- 2,19	4,77	0,17	VII	1,27	
	X ÷ XIII	64,0	17,68	- 0,77	- 2,19	3,58	0,13	X	0,96	
STQ 10	XVII ÷ III	73,6	36,52	1,60	1,60	2,02	0,07	XVII	5,48	294,1
	III ÷ VII	73,6	38,62	3,20	1,60	1,91	0,07	III	13,17	
	VII ÷ X	60,9	20,21	2,41	4,83	3,01	0,11	VII	15,41	
	X ÷ XIII	60,9	20,83	- 1,69	4,83	2,92	0,11	X	8,11	

Aus den Meßwerten ist zu ersehen, daß die Torsionssteifigkeit K_T schon im Zustand I, vermutlich bedingt durch Mikrorisse, auf etwa 70 % ihres ursprünglichen Wertes vermindert wird. Diesem Zustand tragen auch der CEB-Modell-Code [8] und das Heft 240 des DafStb. Rechnung, in denen der obere Rechenwert der Torsionssteifigkeit im Gebrauchszustand nach folgender Gleichung zu ermitteln ist :

$$K_T^I = 0,3 \cdot E_b \cdot J_T \quad (25a)$$

$$K_T^I = \frac{1}{3} \cdot E_b \cdot J_T$$

In Bild 31 ist die Torsionssteifigkeit des Versuchsbalkens StQ5 als Funktion des Belastungsgrades T/T_u aufgetragen. Wie aus diesem Bild hervorgeht, erfolgt nach Rißbeginn ein starker Abfall der Torsionssteifigkeit auf etwa 20% des Wertes nach Gl. (25).

7.3.3 Verformungen mit Hilfe des räumlichen Fachwerkmodells

Bei der Diskussion der Modellvorstellungen zur Beschreibung der Torsionssteifigkeit von Stahl- und Spannbetonbalken in kombinierten Beanspruchungszuständen wurden die Vorteile eines erweiterten Fachwerkmodells herausgestellt. Nachfolgend wird gezeigt, daß dieses Modell auch zur Beschreibung des Verformungszustandes geeignet ist, sofern die Dehnungszustände des räumlichen Fachwerks in allen Begrenzungsflächen bekannt sind oder ermittelt werden können.

Zunächst werden die Verformungen einer beliebigen Fachwerkebene mit Hilfe des Castilianoschen Prinzips (Prinzip der virtuellen Arbeit) hergeleitet.

Die Arbeitsgleichung zur Berechnung einer Einzelweggröße schreibt sich zu:

$$\bar{I} \cdot \delta_j = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{F_i \cdot \bar{F}_i \cdot L_i}{E_i \cdot A_i} = \sum_{i=1}^{i=n} \epsilon_i \cdot \bar{F}_i \cdot L_i \quad (27)$$

Hierin sind :

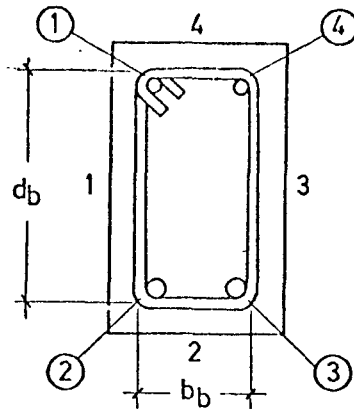
- δ_j die gesuchte Einzelweggröße
- $\bar{1}$ das Arbeitskomplement zur gesuchten Einzelweggröße von der Größenordnung 1
- F_i die Schnittgröße in dem Fachwerkelement i infolge Belastung $\bar{1}$
- L_i die Länge des Elementes i
- A_i die Querschnittsfläche des Elementes i

Mit der nachstehenden Elementnumerierung ergeben sich die Gleitungen γ_i der jeweiligen Fachwerkseiten zu:

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{\epsilon_{l1} + \epsilon_{l2}}{2 \cdot \tan \alpha_1} + \frac{\epsilon_{b1} \cdot d_b}{d_k} \cdot \tan \alpha_1 + \frac{\epsilon_{d1}}{\sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1} \\ \gamma_2 &= \frac{\epsilon_{l2} + \epsilon_{l3}}{2 \cdot \tan \alpha_2} + \frac{\epsilon_{b2} \cdot b_b}{b_k} \cdot \tan \alpha_2 + \frac{\epsilon_{d2}}{\sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2} \\ \gamma_3 &= \frac{\epsilon_{l3} + \epsilon_{l4}}{2 \cdot \tan \alpha_3} + \frac{\epsilon_{b3} \cdot d_b}{d_k} \cdot \tan \alpha_3 + \frac{\epsilon_{d3}}{\sin \alpha_3 \cdot \cos \alpha_3} \\ \gamma_4 &= \frac{\epsilon_{l4} + \epsilon_{l1}}{2 \cdot \tan \alpha_4} + \frac{\epsilon_{b4} \cdot b_b}{b_k} \cdot \tan \alpha_4 + \frac{\epsilon_{d4}}{\sin \alpha_4 \cdot \cos \alpha_4}\end{aligned}\tag{28a}$$

Hierin bedeuten

- ϵ_{l_i} - Dehnungen der Gurte
- ϵ_{b_i} - Dehnungen der Bügel
- ϵ_{d_i} - Stauchungen der Diagonalen



Die unbekannten Neigungswinkel der Druckdiagonalen können aus der Bedingung des Minimums der Formänderungsenergie bestimmt werden.

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial \alpha_1} = 0; \quad \frac{\partial \gamma_2}{\partial \alpha_2} = 0; \quad \frac{\partial \gamma_3}{\partial \alpha_3} = 0; \quad \frac{\partial \gamma_4}{\partial \alpha_4} = 0 \quad (29b)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (29a) und (29b) erhält man die unbekannten Neigungswinkel zu :

$$\begin{aligned} \tan^2 \alpha_1 &= \frac{\frac{\epsilon_{l1} + \epsilon_{l2}}{2} + \epsilon_{d1}}{\epsilon_{b1} + \epsilon_{d1}} \\ \tan^2 \alpha_2 &= \frac{\frac{\epsilon_{l2} + \epsilon_{l3}}{2} + \epsilon_{d2}}{\epsilon_{b2} + \epsilon_{d2}} \\ \tan^2 \alpha_3 &= \frac{\frac{\epsilon_{l3} + \epsilon_{l4}}{2} + \epsilon_{d3}}{\epsilon_{b3} + \epsilon_{d3}} \\ \tan^2 \alpha_4 &= \frac{\frac{\epsilon_{l4} + \epsilon_{l1}}{2} + \epsilon_{d4}}{\epsilon_{b4} + \epsilon_{d4}} \end{aligned} \quad (29c)$$

Aus dem Verformungsverhalten der einzelnen Fachwerkebenen lassen sich die Verformungsgrößen der Balken ϑ , ϕ und γ angeben.

$$\begin{aligned}\vartheta &= \frac{1}{2 A_0} [d_k \cdot \gamma_1 + b_k \cdot \gamma_2 + d_k \cdot \gamma_3 + b_k \cdot \gamma_4] \\ \phi &= \frac{\frac{\epsilon_{\ell 2} + \epsilon_{\ell 3}}{2} - \left(\frac{\epsilon_{\ell 1} + \epsilon_{\ell 4}}{2} \right)}{d_k} \\ \gamma &= \frac{\gamma_1 - \gamma_3}{2}\end{aligned}\tag{30}$$

Mit den so ermittelten Verformungen ist es möglich, mit Gl.(27) die Querschnittssteifigkeiten im Zustand II anzugeben.

Dies ist nachfolgend für die Biege- und Schubsteifigkeit geschehen. Allerdings wurde diese auf bestimmte Balkenbereiche bezogen, für die der Bereich der Beanspruchungen nicht konstant ist. Als maßgebender Querschnitt in bezug auf die Verformungs- und Beanspruchungsgrößen wurde derjenige in der Mitte des jeweiligen Bereichs eingesetzt. Man muß die so ermittelten Steifigkeiten als mittlere Steifigkeiten - Stabsteifigkeiten - ansehen.

In Tafel 11 sind die auf diese Art ermittelten Biege- und Schubsteifigkeiten im Fließ- und Versagenszustand für die einzelnen Balkenbereiche dargestellt. Diese Werte enthalten u.U. durch Störstellen (Risse) im Meßstellenbereich erhebliche Abweichungen vom gesuchten "mittleren" Verhalten. Sie wurden deshalb im Probiervverfahren derart korrigiert, daß eine entsprechende Integration über die Balkenlänge nach Gl.(26) mit den mittleren Steifigkeiten der jeweiligen Bereiche in etwa die Durchbiegungswerte der Tafel 9 + 10 ergeben.

Aus Tafel 11 zeigt sich, daß die Schubsteifigkeiten ähnlich wie die Torsionssteifigkeiten durch die Rißbildung drastisch reduziert wurden. und bei Fließbeginn der Bewehrung nur noch 15 - 20 % des Anfangswertes betragen. Bei der Biegesteifigkeit ist der Abfall im Zustand II längst nicht so stark wie bei den zuvor genannten Steifigkeiten. Er beträgt etwa 40 - 50 % bis zum Fließen der Bewehrung. Außerdem zeigt sich, daß die Biegesteifigkeit sehr stark von der Verteilung der Bewehrung innerhalb des Querschnitts und vom T/M - Verhältnis abhängt.

Tafel 11: Biege- und Schubsteifigkeiten im Fließ- und Versagenszustand

Versuchsbalken	Meßbereich	Fließzustand				Versagenszustand			
		K_{BF} [MNm ²]	K_{SF} [MN]	K_{BF}/K_B^I [-]	K_{SF}/K_S^I [-]	K_{BU} [MNm ²]	K_{SU} [MN]	K_{BU}/K_B^I [-]	K_{SU}/K_S^I [-]
STQ 1	XVII ÷ III	172,80	555,00	0,80	0,31	-21,67	166,50	-0,10	0,09
	III ÷ VII	86,40	370,00	0,40	0,20	23,76	222,00	0,11	0,12
	VII ÷ X	64,80	370,00	0,30	0,20	38,98	222,00	0,18	0,12
	X ÷ XIII	151,20	333,00	0,69	0,18	54,00	166,50	0,25	0,09
STQ 2	XVII ÷ III	183,60	592,00	0,85	0,32	86,40	333,00	0,40	0,18
	III ÷ VII	108,00	333,00	0,50	0,18	28,08	148,00	0,13	0,08
	VII ÷ X	75,60	647,50	0,34	0,34	28,08	314,50	0,13	0,17
	X ÷ XIII	129,60	499,50	0,59	0,27	43,20	259,00	0,20	0,14
STQ 3	XVII ÷ III	-32,40	37,00	-0,15	0,02	-32,40	27,75	-0,15	0,01
	III ÷ VII	-216,00	55,50	-0,97	0,03	-216,00	37,00	-0,97	0,02
	VII ÷ X	108,00	92,50	0,48	0,05	+ 43,20	64,75	+0,19	0,03
	X ÷ XIII	75,60	111,00	0,33	0,06	+ 75,60	101,75	0,33	0,05
STQ 4	XVII ÷ III	-129,60	185,00	-0,51	0,09	-108,00	92,50	-0,42	0,04
	III ÷ VII	86,40	370,00	0,34	0,17	43,20	185,00	0,17	0,09
	VII ÷ X	86,40	370,00	0,33	0,17	43,20	129,50	0,17	0,06
	X ÷ XIII	151,20	370,00	0,58	0,17	129,60	148,00	0,50	0,07
STQ 5	XVII ÷ III	86,40	185,00	0,37	0,09	23,76	111,00	0,10	0,05
	III ÷ VII	64,80	185,00	0,27	0,09	18,36	129,50	0,08	0,07
	VII ÷ X	34,56	148,00	0,14	0,07	32,40	92,50	0,14	0,05
	X ÷ XIII	64,80	185,00	0,27	0,09	43,20	129,50	0,18	0,06
STQ 6	I ÷ V	150,00	226,80	0,50	0,09	105,00	201,60	0,35	0,08
	V ÷ VII	150,00	-	0,50	-	72,00	-	0,24	-
	VII ÷ X	141,00	-	0,47	-	63,00	-	0,21	-
	X ÷ XIV	135,00	176,40	0,45	0,07	90,00	176,40	0,30	0,07
STQ 7	XVII ÷ III	-152,30	85,36	-0,50	0,04	81,84	21,34	0,40	0,01
	III ÷ VII	121,84	149,38	0,40	0,07	30,46	21,34	0,10	0,01
	VII ÷ X	60,92	277,41	0,20	0,13	36,55	128,04	0,12	0,06
	X ÷ XIII	182,75	192,06	0,59	0,09	60,92	128,04	0,20	0,06
STQ 8	XVII ÷ III	243,67	352,77	0,50	0,17	182,75	106,70	0,60	0,05
	III ÷ VII	91,38	213,40	0,30	0,10	67,01	106,70	0,22	0,05
	VII ÷ X	91,38	314,43	0,29	0,16	54,83	170,72	0,18	0,08
	X ÷ XIII	121,84	298,75	0,39	0,14	45,69	128,04	0,15	0,06
STQ 9	XVII ÷ III	-150,00	140,00	-0,96	0,08	37,50	140,00	0,25	0,03
	III ÷ VII	120,00	280,00	0,77	0,16	142,50	350,00	0,91	0,20
	VII ÷ X	75,00	245,00	0,46	0,13	105,00	437,50	0,65	0,24
	X ÷ XIII	45,00	245,00	0,28	0,13	90,00	332,50	0,55	0,18
STQ 10	XVII ÷ III	-375,00	140,00	-2,47	0,08	37,50	140,00	0,25	0,03
	III ÷ VII	-450,00	350,00	-2,97	0,20	25,50	105,00	0,17	0,06
	VII ÷ X	42,00	227,50	0,27	0,13	33,00	157,50	0,21	0,09
	X ÷ XIII	90,00	140,00	0,58	0,08	45,00	140,00	0,29	0,06

Da es theoretisch jedoch sehr schwierig ist, die Dehnungen der Fachwerkelemente vorauszusagen, wurden in der Literatur andere Wege zur Bestimmung der Steifigkeiten im Zustand II eingeschlagen.

Zu erwähnen sind vor allem die Arbeiten von Lampert [13], Lüchinger/Thürlimann [14], Karlsson [15] sowie Ojha [16]. Wegen ihres teilweise großen Umfangs sind die Ansätze dieser Forscher im Teil B des Anhangs aufgeführt, während nachfolgend die Annahmen, die den jeweiligen vereinfachten Modellen zugrunde liegen dargestellt werden.

Dabei wurde nicht versucht, für jede Beanspruchungsstufe die Beziehung zwischen Last und Verformung herzustellen. Vielmehr wurden als charakteristische Steifigkeiten für den gerissenen Zustand diejenigen bei Fließbeginn der Bewehrung gewählt.

Lampert [13] und Lüchinger/Thürlimann [14] legen ihrer Berechnung ein vereinfachtes Modell mit 45° Neigung der Druckdiagonalen zugrunde. Neben der Verformung der Druckdiagonalen vernachlässigen sie außerdem den Einfluß der Biege- und Querkraftbeanspruchung auf die Torsionssteifigkeit. Obwohl ihr Modell ursprünglich nur für Stahlbetonbalken entwickelt wurde, beweisen die Verfasser anhand von Versuchsergebnissen, daß Spannbetonbalken ebenfalls in die Analyse einbezogen werden können, wenn der Spannstahlquerschnitt durch eine äquivalente schlaffe Bewehrung nach Gl.(7) ersetzt wird. Bei der Bestimmung der Biegesteifigkeit wird zwischen einer Beanspruchung durch überwiegende Biegung und einer solchen durch überwiegende Torsion unterschieden.

Für die Ermittlung der Schubsteifigkeit im Zustand II geben Lampert[13] und Thürlimann [14] keine Gleichungen an. Sie erläutern jedoch, daß die Schubsteifigkeit von biegebeanspruchten Balken durch ein zusätzliches Torsionsmoment nicht wesentlich verändert wird, und schlagen deshalb vor, diese nach den Ansätzen von Dilger [17] zu bestimmen.

Karlsson [15] berücksichtigt den Einfluß der Verformung der Druckdiagonalen bei der Ermittlung der Steifigkeiten im gerissenen Zustand. Im Gegensatz zu Lampert [13] und Lüchinger/Thürlimann [14] wird der Einfluß der anderen Beanspruchungsarten auf die Torsionssteifigkeit nicht vernachlässigt. Für den kombinierten Lastfall aus Biegung, Querkraft und Torsion unter-

scheidet er den Bereich der überwiegenden Biegung und denjenigen der überwiegenden Torsion. Der eingelegte Spannstahlquerschnitt wird nach Gl.(7) durch eine äquivalente schlaaffe Bewehrung ersetzt, um die Analyse auch auf Spannbetonbalken ausdehnen zu können.

Ojha [16] berücksichtigt neben dem Einfluß einer Normalkraft auf die Steifigkeit auch eine von 45° abweichende Neigung der Druckdiagonalen. Bei der Steifigkeitsberechnung unterscheidet er ^{drei} zwei Bruchmodelle

Bruchmodell 1: Die untere Bewehrung kommt zum Fließen

Bruchmodell 2: Die auf einer Balkenseite liegende Bewehrung fließt im Versagenszustand

Bruchmodell 3: Die obere Bewehrung kommt zum Fließen

Spannbetonbalken können ebenfalls in die Analyse mit einbezogen werden, wenn man ihren Spannstahlquerschnitt in einen äquivalenten Schlaffstahlquerschnitt nach untenstehender Formel umwandelt.

$$A_{s\bar{a}} = \left(1 + \frac{\sigma_{pl}}{\beta_{sl}}\right) : A_{pl} \quad (31)$$

Die Steifigkeiten nach den Angaben von [13],[14],[15] und [16] sind in der Tafel 12 zusammengestellt. Da die Gleichungen von Karlsson [15] und Ojha [16] nur für den Rechteck- bzw. Hohlkastenquerschnitt anwendbar sind, wurden die Steifigkeiten der Plattenbalken nur nach den Angaben von Lampert [13] berechnet.

Beim Vergleich der Tafel 12 mit den Versuchswerten der Tafel 10 und 11 fällt auf, daß die nach der Fachwerkanalogie ermittelten Torsionssteifigkeiten fast ausnahmslos zwischen den beim Versuch festgestellten Steifigkeiten am Fließbeginn bzw. Versagenszustand liegen. Bei den Schubsteifigkeiten ist ein ähnliches Verhalten festzustellen, während die nach der Fachwerkanalogie ermittelten Biegesteifigkeiten in etwa denjenigen des Fließzustandes entsprechen. Als Ursache für die mangelnde Übereinstimmung der theoretischen Steifigkeiten mit denjenigen bei Fließbeginn der Bewehrung können - wie dies durch Versuchsbeobachtungen bestätigt wird -

Tafel 12 : Steifigkeiten im Zustand II nach [13] / [14], [15] und [16]

Versuchsbalken	Meßbereich	Steifigkeiten nach [13] / [14]			Steifigkeiten nach [15]			Steifigkeiten nach [16]	
		K _T [MNm ²]	K _B [MNm ²]	K _S [MN]	K _T [MNm ²]	K _B [MNm ²]	K _S [MN]	K _T [MNm ²]	K _B [MNm ²]
STQ 1	XVII ÷ III	2,73	- 93,91	82,48					
	III ÷ VII	2,73	158,46	82,48					
	VII ÷ X	4,55	71,47	85,92					
	X ÷ XIII	4,55	84,86	91,46					
STQ 2	XVII ÷ III	2,73	70,51	82,40					
	III ÷ VII	2,73	78,28	82,40					
	VII ÷ X	4,55	85,31	83,19					
	X ÷ XIII	4,55	90,10	91,51					
STQ 3	XVII ÷ III	2,73	- 22,44	82,65					
	III ÷ VII	2,73	- 93,91	82,65					
	VII ÷ X	4,55	78,16	86,35					
	X ÷ XIII	4,55	75,62	91,92					
STQ 4	XVII ÷ III	3,20	- 74,26	82,63					
	III ÷ VII	3,20	311,78	82,63					
	VII ÷ X	5,50	93,88	99,68					
	X ÷ XIII	5,50	111,20	105,91					
STQ 5	XVII ÷ III	2,07	268,16	85,01					
	III ÷ VII	2,07	56,53	85,01					
	VII ÷ X	3,23	39,99	84,26					
	X ÷ XIII	3,23	44,37	81,45					
STQ 6	I ÷ V	35,22	145,88	192,01	43,25	192,96	212,76	35,03	181,53
	V ÷ VII	29,27	147,88	111,99	20,84	200,13	-	23,28	195,28
	VII ÷ X	29,27	147,88	111,99	20,84	200,13	-	23,28	195,28
	X ÷ XIV	35,22	145,88	192,01	43,25	192,96	212,76	35,03	181,53
STQ 7	XVII ÷ III	16,67	91,78	83,28	12,43	99,26	89,15	15,83	175,23
	III ÷ VII	16,67	79,47	83,28	23,29	96,81	84,08	18,31	74,55
	VII ÷ X	27,77	85,66	87,33	20,13	90,39	139,50	20,78	99,69
	X ÷ XIII	27,77	79,14	87,33	20,13	90,39	139,50	20,78	99,69
STQ 8	XVII ÷ III	16,67	79,51	83,32	23,31	96,86	91,13	15,48	73,96
	III ÷ VII	16,67	86,84	83,32	19,76	113,34	84,11	16,03	94,25
	VII ÷ X	27,77	96,17	87,39	28,23	122,17	136,37	20,81	110,57
	X ÷ XIII	27,77	92,20	84,57	20,14	90,39	139,58	20,67	95,11
STQ 9	XVII ÷ III	3,70	91,11	76,10	2,33	- 196,52	7580	2,81	- 79,70
	III ÷ VII	3,70	70,31	76,10	2,33	8693	7580	3,01	145,01
	VII ÷ X	5,76	76,37	112,86	3,42	87,90	110,92	3,93	108,33
	X ÷ XIII	5,76	60,40	89,17	3,42	60,08	110,92	3,81	55,12
STQ 10	XVII ÷ III	3,70	63,75	64,83	2,40	71,87	77,38	3,03	99,34
	III ÷ VII	3,70	66,63	64,83	3,26	75,66	71,99	3,38	65,38
	VII ÷ X	5,76	71,22	86,01	3,33	70,27	108,45	3,47	78,10
	X ÷ XIII	5,76	50,65	86,01	3,33	52,05	108,46	3,71	51,75

die Verformung behindernde Sekundäreffekte wie Rißverzahnungs- und Dübelkräfte gelten. Es ist jedoch zu erwarten, daß sich diese Effekte unter Dauerlast vermindern. So war bei höheren Belastungsgraden ein größerer Unterschied zwischen den Torsionsverformungen zu Beginn und am Ende einer Laststufe festzustellen. Außerdem ist der Unterschied dadurch zu erklären, daß die theoretischen Steifigkeiten Querschnittsteifigkeiten sind, während die Versuchswerte Stabsteifigkeiten darstellen, wobei berücksichtigt werden muß, daß bei Fließbeginn in einzelnen Bereichen der Balkenabschnitte dieser Zustand noch nicht erreicht war.

Bei der Biegesteifigkeit sind starke Unterschiede zwischen den theoretischen Werten und den Versuchssteifigkeiten im Auflagerbereich festzustellen, in dem die Torsion die Krümmung sehr stark beeinflußt. Dies läßt sich zum einen durch den Unterschied zwischen Querschnitts- und Stabsteifigkeit und zum anderen dadurch erklären, daß, bedingt durch den großen Torsionseinfluß, die Krümmung sehr kleine und sogar der Biegerichtung entgegengesetzte Werte annehmen kann.

Der Vergleich der Ansätze nach [13/14], [15] sowie [16] zeigt fast identische Ergebnisse bei den Schubsteifigkeiten; auch bei den Torsionssteifigkeiten sind kaum größere Unterschiede festzustellen. Lediglich nach [13/14] ergeben sich, bedingt durch die Vernachlässigung des Einflusses der Biegung und der Verformung der Druckstreben, starke Unterschiede in den Torsionssteifigkeiten zwischen den Werten des Bereichs I und II, die in dieser Form nicht gegeben sind. Insgesamt genügt es jedoch in der Mehrzahl der Fälle, die Torsionssteifigkeit im Zustand II mit den im Vergleich zu [16] bzw. nach noch einfacheren Angaben des CEB-Model-Codes [8] oder des Heftes 240 DAFStb. $K_T^{II} = \alpha \cdot G \cdot J_T$ abzuschätzen; wobei α je nach der Beanspruchungskombination zwischen 0,12 und 0,24 liegt. Die letztgenannten Angaben stimmen sehr gut mit Versuchswerten im Fließzustand überein. Bei der Bestimmung der Biegesteifigkeit im gerissenen Zustand empfiehlt es sich, die Ansätze von [15] zu verwenden, da diese teilweise sehr einfach aufgebaut sind und die Steifigkeiten gut voraussagen.

7.4 Rißverhalten

Die Risse der Versuchsbalken wurden wie in 5.1 beschrieben nach jeder Laststufe oberhalb der Rißlast aufgezeichnet, und die Rißbreiten mit dem Meßmikroskop entlang vorher festgelegten Meßlinien bestimmt.

In den Bildern 32 ~ 35 sind mittlere und maximale Rißbreiten sowie die Summe aller Rißbreiten der jeweiligen Meßbereiche dargestellt.

Ausführliche Messungen in der Nähe des Bruchzustandes waren nicht mehr möglich.

Eine genaue Analyse der Versuchsergebnisse konnte im Rahmen dieses Vorhabens nicht mehr erfolgen, es ist jedoch geplant, die gewonnenen Meßergebnisse in einer weiterführenden Arbeit zu verarbeiten. Die Ergebnisse zeigen ein stark unterschiedliches Rißverhalten, je nachdem ob der Versuchsbalken überwiegend torsions- oder biegebeansprucht war bzw. vor dem Rißentstehen einer reinen Torsions- oder Biegebeanspruchung unterworfen wurde.

Bedingt durch die große Abweichung der Zugtrajektorien von der Lage der Bewehrung ($\sim 45^\circ$) öffnen sich die Risse bei überwiegender Torsionsbeanspruchung wesentlich weiter als bei den übrigen Versuchskörper. Im Versagenszustand betrug beim STQ1 ($M_{\max}/T = 2,0$) die maximale Rißbreite 1,8 mm, während sie beim STQ2 ($M_{\max}/T = 10,0$) nur um 0,30 mm lag.

In den Bildern 36a - b ist die Rißentwicklung des Versuchsbalkens STQ6 an der Vorder- und Unterseite dargestellt. Der Versuchskörper wurde bis zum Auftreten der ersten Risse nur durch Biegung beansprucht. Danach erfolgte eine zusätzliche Torsionsbeanspruchung. Aus den Bildern ist zu ersehen, daß die zuerst entstandenen Biegerisse bei größerer Torsionsbeanspruchung durch sekundäre Torsionsrisse gekreuzt werden.

8. Zusammenfassung

Zur Klärung des Trag- und Verformungsverhaltens wurden 10 Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft geprüft.

Von zahlreichen Einflußgrößen auf das Trag- und Verformungsverhalten von derart beanspruchten Balken wurden gezielt die Querschnittsform, das Verhältnis der einzelnen Beanspruchungen sowie die Menge der Vorspannbewehrung und dadurch gleichzeitig der Vorspanngrad variiert.

Aus den Versuchsergebnissen lassen sich folgende Schlüsse ziehen :

1. Das Verhalten der Spannbetonbalken kann vor dem Auftreten von Rissen, d.h. im Zustand I genau genug mit Hilfe der Elastizitätstheorie unter Vernachlässigung der Bewehrung bestimmt werden. Allerdings ist hierbei zu berücksichtigen, daß die Torsionssteifigkeit, bedingt durch Mikrorisse und nichtlineares Baustoffverhalten in der Nähe des Rißmomentes, bereits im Zustand I um 20 - 30 % gegenüber den Werten der Elastizitätstheorie abfällt.
2. Im gerissenen Zustand wird das Tragverhalten hauptsächlich durch Menge und Art der Bewehrung, die Betongüte sowie das Verhältnis M/T beeinflußt.
3. In den Versuchen wurden folgende Brucharten beobachtet :
 - a) Gleichzeitiges Versagen der Längs- und Bügelbewehrung
 - b) Versagen der Längsbewehrung
 - c) Versagen der Betondruckstreben, gekennzeichnet durch örtliche Zerstörung der äußeren Betonschicht. Die kritische Betonranddehnung betrug hier zwischen 3 - 4 ‰.Torsionstrenn- und Verankerungsbrüche, die durch zu weitmaschige Bewehrungsanordnung und durch ungenügenden Verbund bzw. mangelhafte Verankerung der Bewehrung im Beton entstehen, traten bei den Versuchen nicht auf.
4. Bei der Beurteilung des Verformungsverhaltens im gerissenen Zustand muß unterschieden werden zwischen vorwiegend biegebeanspruchten oder torsionsbeanspruchten Bauteilen. Die Grenze zwischen diesen Bereichen ist abhängig vom Bewehrungsgrad, der Verteilung der schlaffen Bewehrung und dem Vorspanngrad. Sie liegt in etwa bei $M/T = 6$. Bei überwiegend torsionsbeanspruchten Traggliedern fällt nach dem Erscheinen der ersten Risse die Torsionssteifigkeit wesentlich stärker ab als bei vorwiegend biegebeanspruchten Balken. Beim Fließen der Bewehrung beträgt im erstgenannten Fall die Steifigkeit nur 12 - 15 % des theoretischen Wertes. Dieser gravierende Abfall vollzieht sich in Verbindung mit einem starken Anwachsen der Anzahl und Breite der Risse. Bei überwiegender Biegung ist die Torsionssteifigkeit in diesem Zustand dagegen größer und beträgt etwa 25 % der Anfangssteifigkeit.

Die Schubsteifigkeit wird ähnlich wie die Torsionssteifigkeit beeinflusst.

Die Biegesteifigkeit im gerissenen Zustand hängt sehr stark von der Verteilung der Bewehrung innerhalb des Querschnitts und vom Verhältnis M/T ab. Die Reduzierung im gerissenen Zustand ist längst nicht so drastisch wie bei der Torsionssteifigkeit. Beim Fließbeginn der Bewehrung beträgt sie etwa 40 - 50 % ihres Anfangswertes.

Die Versuchsergebnisse wurden mit den wichtigsten an Stahlbetonbalken entwickelten Traglasttheorien bzw. mit den Angaben zur Ermittlung der Steifigkeiten im gerissenen Zustand verglichen. Dabei zeigt sich, daß ein räumliches Fachwerk mit variabler Druckstrebenneigung sehr gut in der Lage ist, die Traglast von rechteckigen Voll- bzw. Hohlquerschnitten vorauszusagen, sofern ein Versagen mit dem Fließen des einen oder beiden Bewehrungsanteilen gekoppelt ist. Die Spannbewehrung kann dabei durch eine äquivalente Längsbewehrung ersetzt werden. Durch Biegung nicht ausgenutzte Spannbewehrungsanteile leisten einen nennenswerten Beitrag zur Torsionstragfähigkeit. In der Regel vermindert sich in solchen Fällen die Neigung der Druckdiagonalen $\alpha < 45^\circ$, d.h. es wird der erforderliche Torsionsbügelgehalt kleiner als der nach den Spannbetonrichtlinien errechenbare. Das im Falle einer Überbewehrung vorkommende vorzeitige Versagen der Betondruckdiagonalen wird in den Spannbetonrichtlinien ungenügend (zu große Sicherheit) und durch den CEB-Model-Code [8] nur bei quadratischen Querschnitten genügend genau erfaßt.

Aus den Versuchen zeigt sich, daß die Dicke der Druckstreben hauptsächlich von der Verwölbung der Seitenflächen infolge Torsion und nicht nur von den geometrischen Abmessungen abhängig ist, wie dies in [8] angenommen wird.

Literatur

- [1] Leonhardt, F.,
Schelling, G.: "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken."
DAfStb., Heft 239, Berlin 1974.

- [2] Thürlimann, B.,
Lüchinger, P.: "Versuche an Stahlbetonbalken unter Torsion,
Biegung und Querkraft."
Institut für Baustatik, ETH Zürich, Juli 1973.

- [3] Elfgrén, L.: "Reinforced concrete beams loaded in combined
torsion, bending and shear."
Chalmers University of Technology Göteborg,
Division of Concrete Structure.
Publication 71:3, 1972.

- [4] van Bueren, R.: "Inleidend onderzoek naar het gedrag van
gewapend betonbalken met rechthoekig doorsneden,
belast op zuivere wiringing."
Stevin Laboratorium, Technische Hogeschool Delft,
Rapport 5-71-2, Februar 1971.

- [5] "Richtlinien für Bemessung und Ausführung von
Spannbetonbauteilen unter Berücksichtigung von
DIN 1045."
Fassung Juni 1973.

- [6] Lampert, P.: "Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter
Torsion und Biegung."
Dissertation Nr. 4445, ETH Zürich, Januar 1970.

- [7] Lampert, P.,
Lüchinger, P.,
Thürlimann, B.: "Torsionsversuche an Stahl- und Spannbetonbalken."
Institut für Baustatik ETH Zürich, Februar 1971.

- [8] Comité Euro-Inter-
national du Béton "Bulletin d'Information Nr. 117-D."
Band II, Mustervorschrift für Tragwerke aus
Stahl- und Spannbeton. Dezember 1976.

- [9] Thürlimann, B.: "Shear strength of reinforced and prestressed concrete beams - CEB Approach."
Beitrag zum ACI-Symposium 1976, Philadelphia USA.
- [10] Mitchell, D.,
Collins, M.P.: "The behaviour of structural concrete beams in pure torsion."
University of Toronto, Department of Civil Engineering, Publication 74-06.
- [11] Lampert, P.,
Thürlimann, B.: "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken."
Institut für Baustatik, ETH Zürich, Juni 1968.
- [12] Rabbat, B.G.: "A variable angle space truss model for structural concrete beams."
A thesis submitted in conformity with the requirements for the degree of doctor of philosophy in the University of Toronto, 1975.
- [13] Lampert, P.: "Postcracking stiffness of reinforced concrete beams in torsion and bending."
University of Toronto, Februar 1971.
- [14] Thürlimann, B.,
Lüchinger, P.: "Steifigkeit von gerissenen Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung."
Institut für Baustatik ETH Zürich, Juni 1973.
- [15] Karlsson, I.: "Stiffness properties of reinforced concrete beams in combined torsion, bending and shear."
Chalmers University of Technology Göteborg,
Division of Concrete Structure, Publication 73:1, 1973.
- [16] Ojha, K.S.: "Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahl- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft."
Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, Dezember 1973.

- [17] Dilger, W.: "Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluß auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung."
Heft 1979, DAfStb., Berlin 1966.
- [18] Nylander, H.: "Torsion and torsional restraint by concrete structures".
Statens Komitté för Byggnadsforskning, Nr. 3,
Meddelanden, Stockholm 1945

Bild 1a: Schalplan der Versuchsbalken STQ 1 ÷ STQ 5

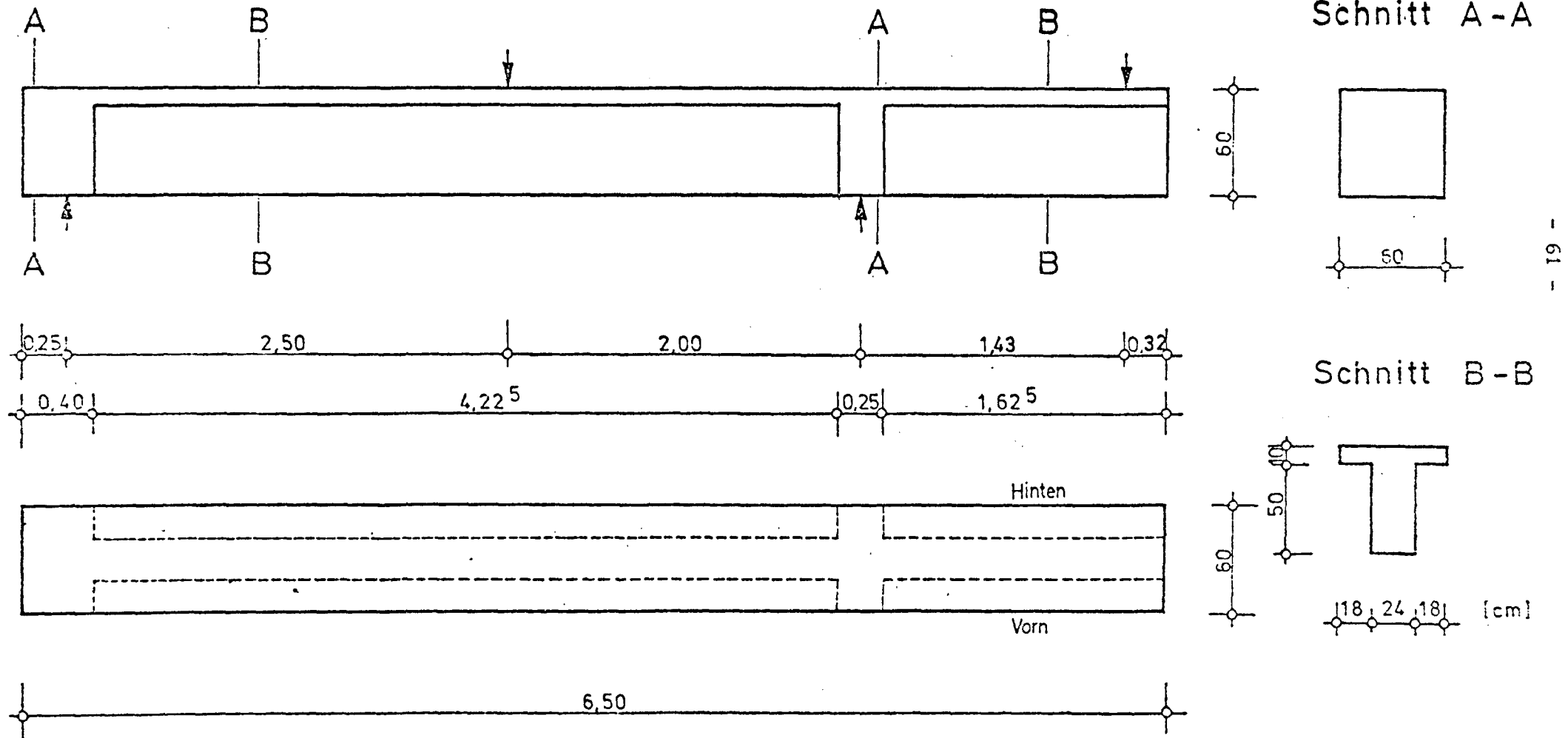


Bild 1b: Schalplan des Versuchsbalkens STQ7+STQ8

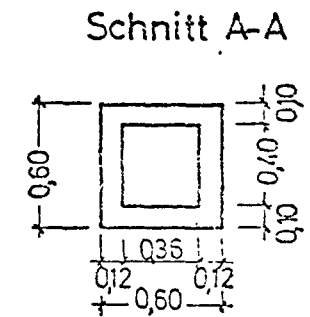
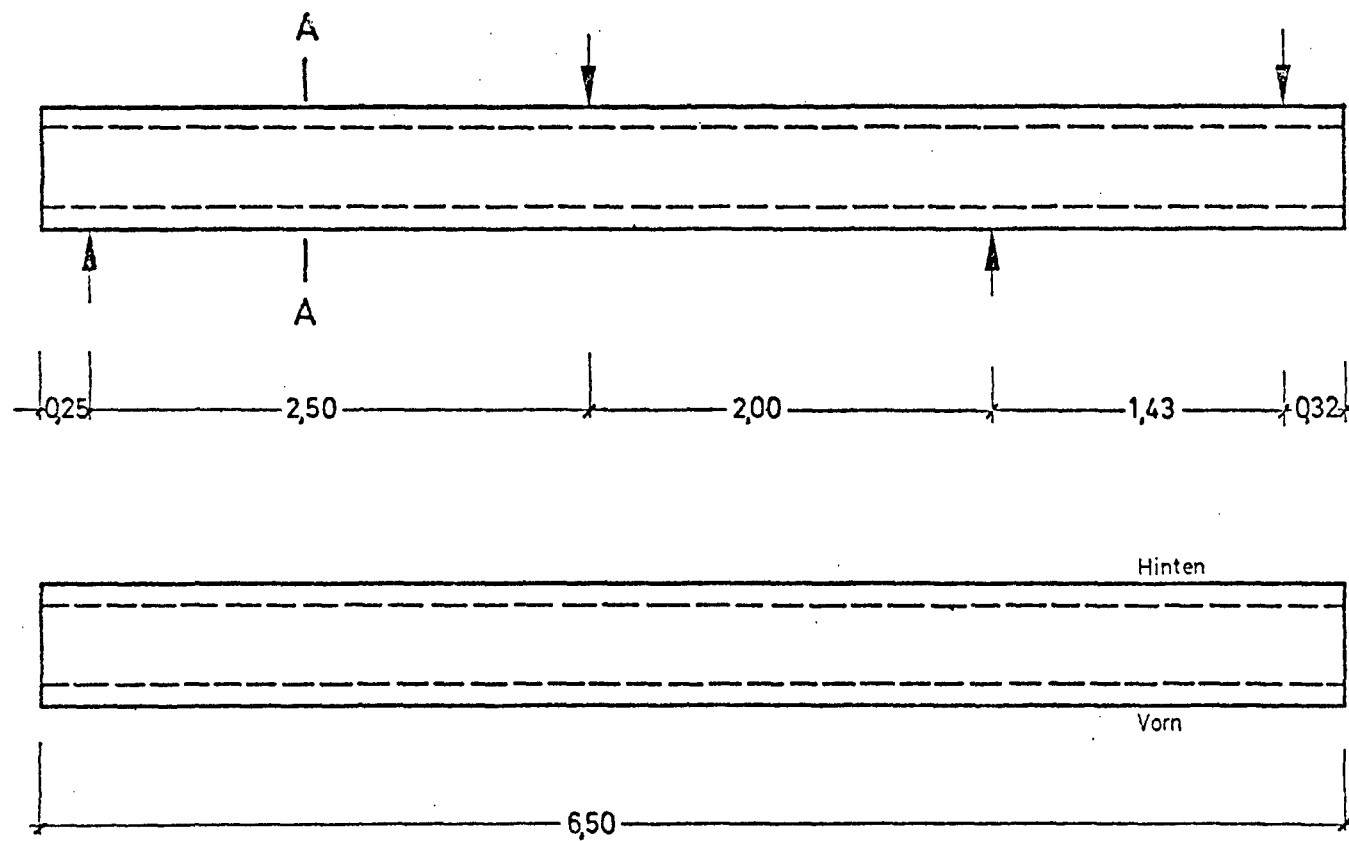


Bild 1c: Schalplan der Versuchsbalken STQ9.

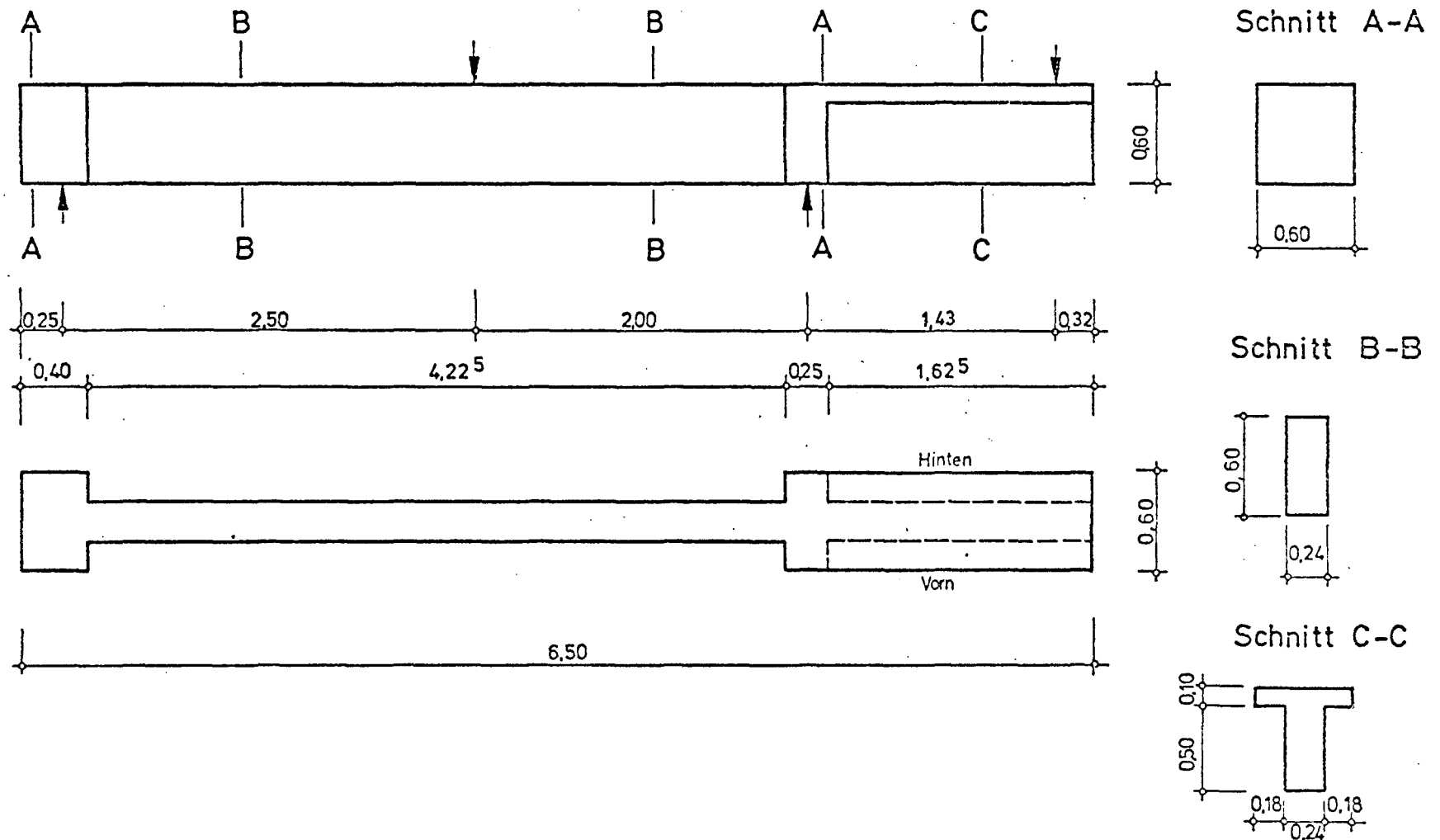
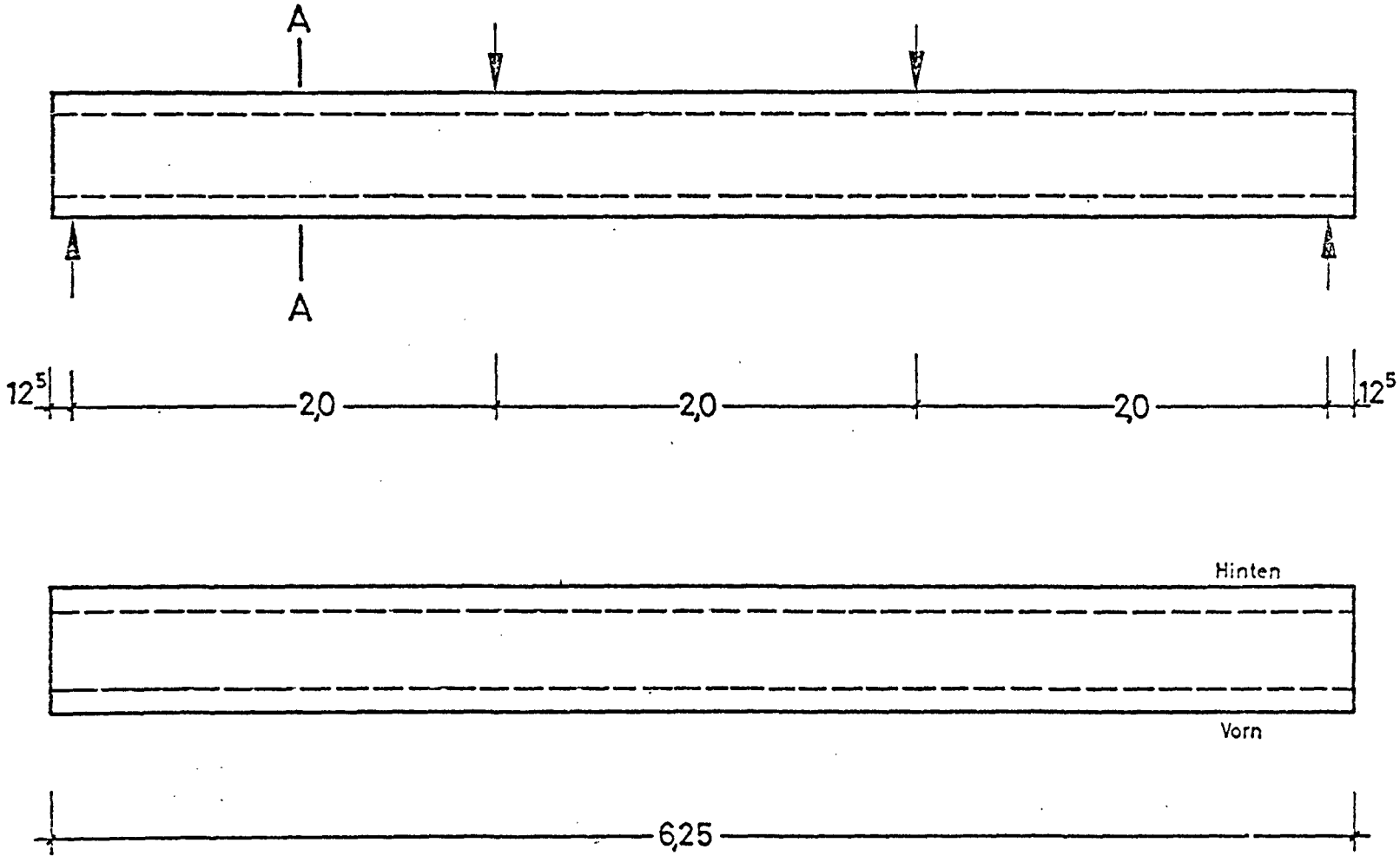


Bild 1e: Schalplan des Versuchsbalkens STQ 6



Schnitt A-A

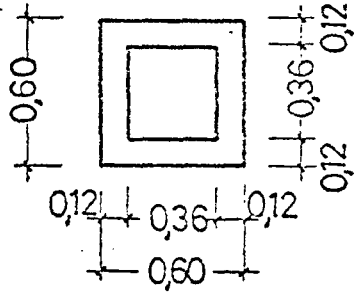
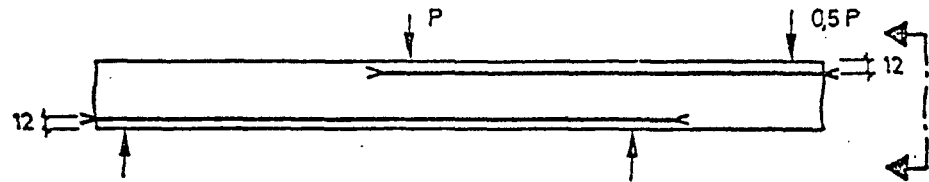
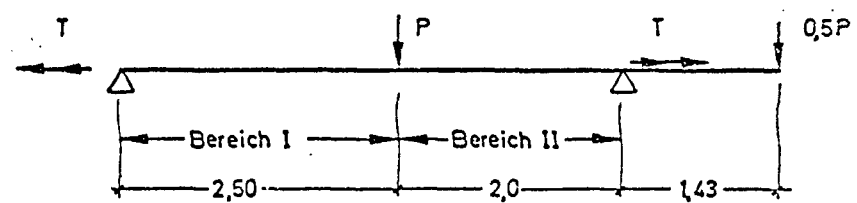


Bild 2a: Spannbetonbalken STQ1-STQ 5

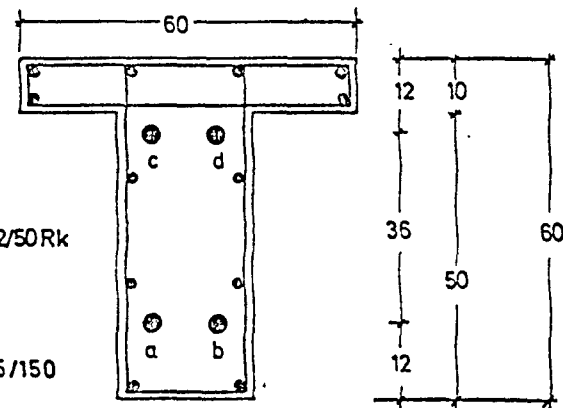
Anordnung der Spannbewehrung



Statisches System



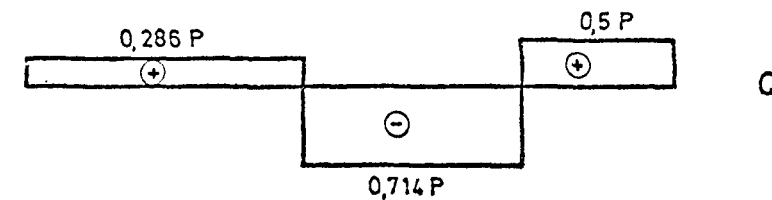
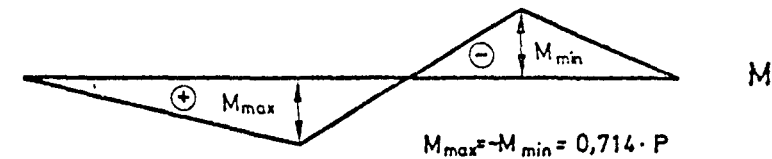
Querschnitt



Bügel: Bereich II
 $\phi 10 \text{ mm}, a=10 \text{ cm}$
 Bereich I
 $\phi 8 \text{ mm}, a=10 \text{ cm}$ } BSt 42/50Rk
Längsbew.: 12 $\phi 10 \text{ mm}$

Spannstahl: St 85/105 bzw 135/150

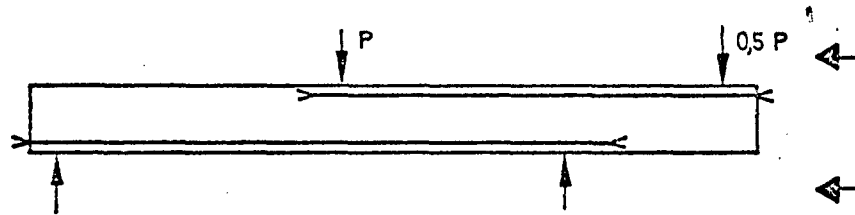
Betongüte: Bn 450



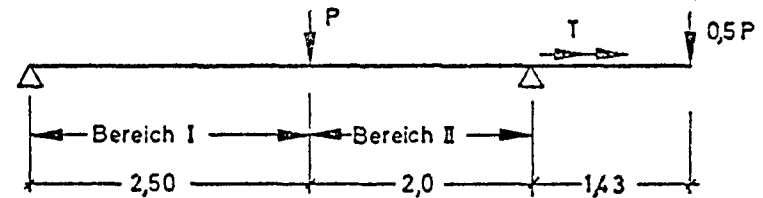
Balken	Mmax/T	Spannstahl- güte	Spannstahl ϕ mm	Vorspannkraft bei Versuchsbeg.			
				Stab a KN	Stab b KN	Stab c KN	Stab d KN
STQ 1	2	85/105	26,5	269,8	267,8	263,9	265,9
STQ 2	10	85/105	26,5	262,9	262,9	287,4	273,7
STQ 3	1	85/105	26,5	267,8	263,8	238,4	267,8
STQ 4	2	85/105	32,0	282,5	279,6	287,4	281,5
STQ 5	2	135/150	16,0	158,9	164,8	162,8	164,8

Bild 2b: Spannbetonbalken STQ 7 + STQ 8

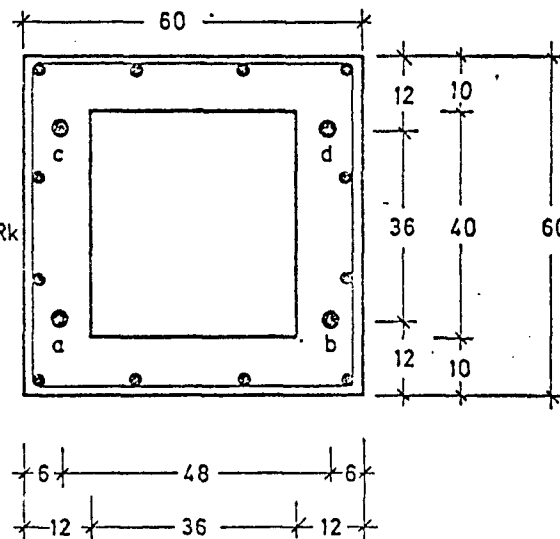
Anordnung der Spannbewehrung



Statisches System



Querschnitt

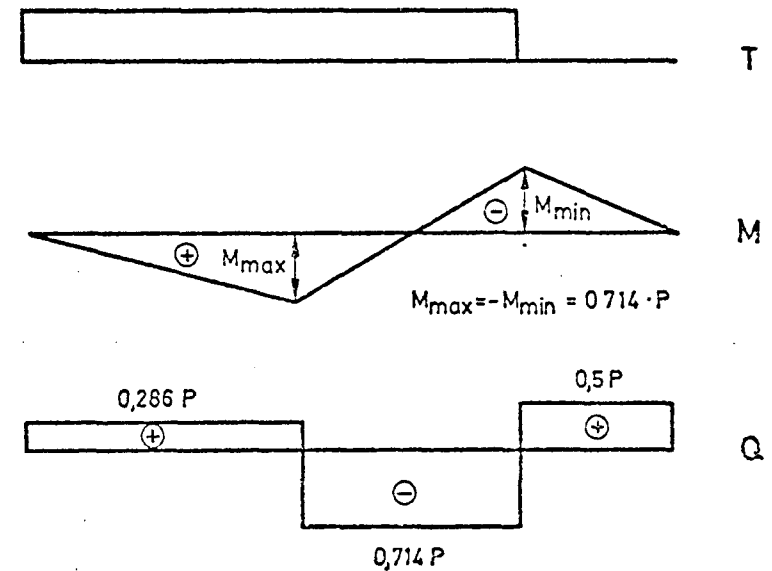


Bügel: Bereich II
 $\phi 10 \text{ mm}, a = 10 \text{ cm}$
 Bereich I
 $\phi 8 \text{ mm}, a = 10 \text{ cm}$
 Längsbew.: 12 $\phi 10 \text{ mm}$

BSt
 42/50Rk

Spannstahl: St 85/105

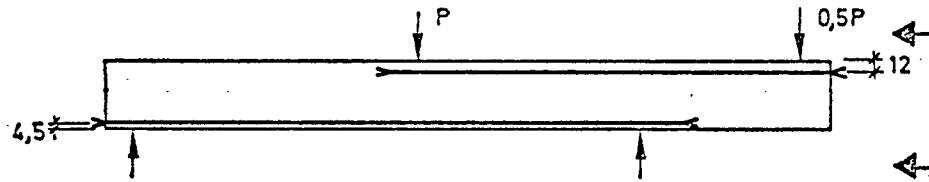
Betongüte: Bn 450



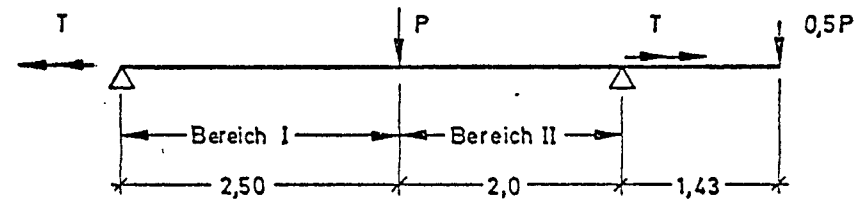
Balken	Mmax/T	Spannstahl güte	Spannstahl ϕ	Vorspannkraft bei Versuchsbeginn			
				Stab a	Stab b	Stab c	Stab d
—	—	—	mm	KN	KN	KN	KN
STQ 7	2	85/105	26,5	287,7	291,1	284,0	281,5
STQ 8	4	85/105	26,5	287,0	284,7	259,5	274,3

Bild 2c:Spannbetonbalken STQ 9

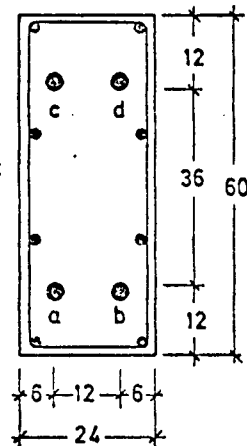
Anordnung der Spannbewehrung



Statisches System



Querschnitt

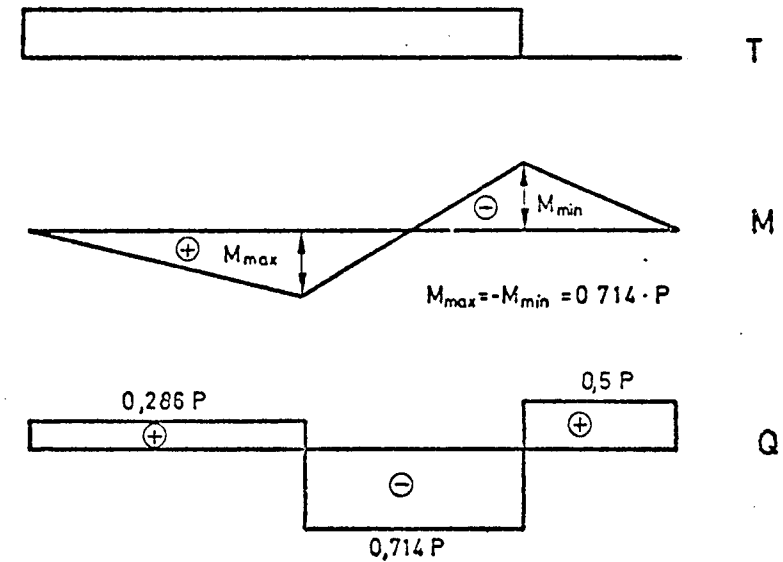


Bügel: Bereich II
 ϕ 10 mm, $a=10$ cm
 Bereich I
 ϕ 8 mm, $a=10$ cm
Längsbew: 8 ϕ 10 mm

BSt 42/50 Rk

Spannstahl: St 85 / 105

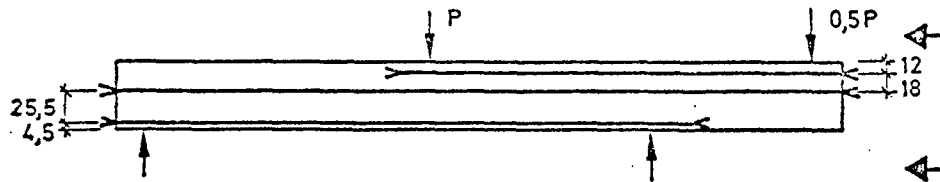
Betongüte: Bn 450



Mmax/T	Spannstahl- güte	Spannstahl ϕ	Vorspannkraft bei Versuchsbeg.			
			Stab a	Stab b	Stab c	Stab d
—	—	mm	KN	KN	KN	KN
2,0	85 / 105	265	300,2	267,8	100,06	100,06

Bild 2d: Spannbetonbalken STQ 10

Anordnung der Spannbewehrung



Querschnitt

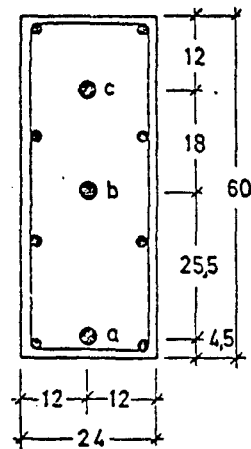
Bügel: Bereich II
 $\phi 10 \text{ mm}, a=10 \text{ cm}$
 Bereich I
 $\phi 8 \text{ mm}, a=10 \text{ cm}$

Längsbew: 8 $\phi 10 \text{ mm}$

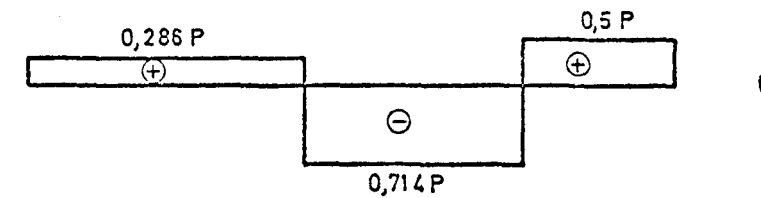
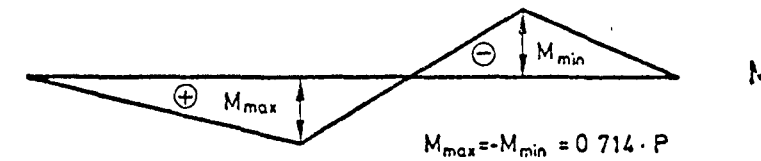
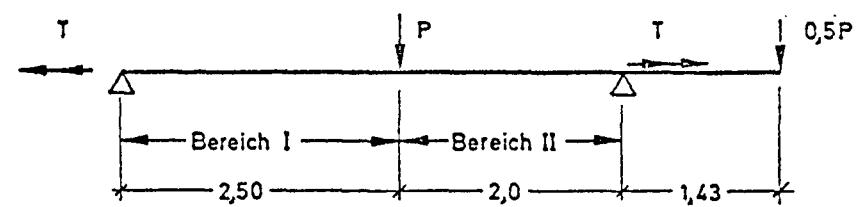
Spannstahl: St 85/105

Betongüte: Bn 450

BSt 42/50Rk



Statisches System



M _{max} /T	Spannstahl- güte	Spannstahl ϕ	Vorspannkraft bei Versuchsbeg.		
			Stab a	Stab b	Stab c
—	—	mm	KN	KN	KN
4,0	85/105	26,5	273,7	300,2	258,0

Bild 2e : Spannbetonbalken STQ 6

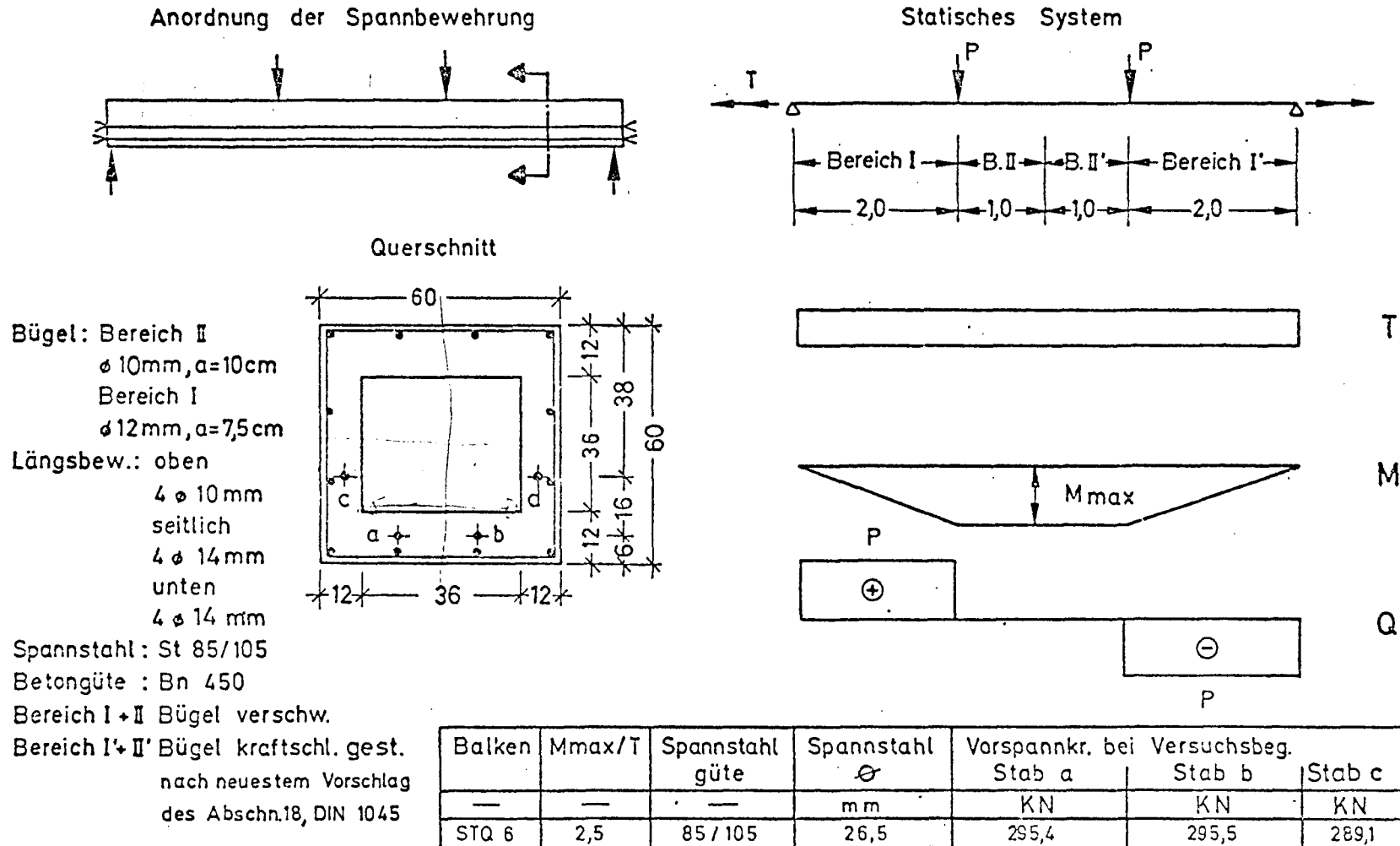


Bild 3 : Sieblinie des STQ 5

DURCHGANG IN GEW.-% DER EINZELNEN KORNGRUPPEN

		0,25	0,5	1,0	2,0	4,0	8,0	16,0	31,5
KORNGRUPPE A	0/2	5,5	40,9	80,3	97,7	100	100	100	100
———— " ———— B	2/8	0,1	0,1	0,3	1,1	4,6	49,0	96,1	100
———— " ———— C	8/16	0,2	0,3	0,5	0,7	1,3	27,2	99,1	100

DURCHGANG IN GEW.-% DES GEMISCHES

	%	0,25	0,5	1,0	2,0	4,0	8,0	16,0	31,5
A	33	1,82	13,5	26,5	32,24	33,0	33,0	33,0	33,0
B	22	0,02	0,06	0,24	1,01	10,78	21,14	22,0	22,0
C	45	0,09	0,13	0,22	0,31	0,58	12,24	44,59	45,0
Σ	100	1,93	13,69	26,96	33,56	44,36	66,38	99,59	100,0

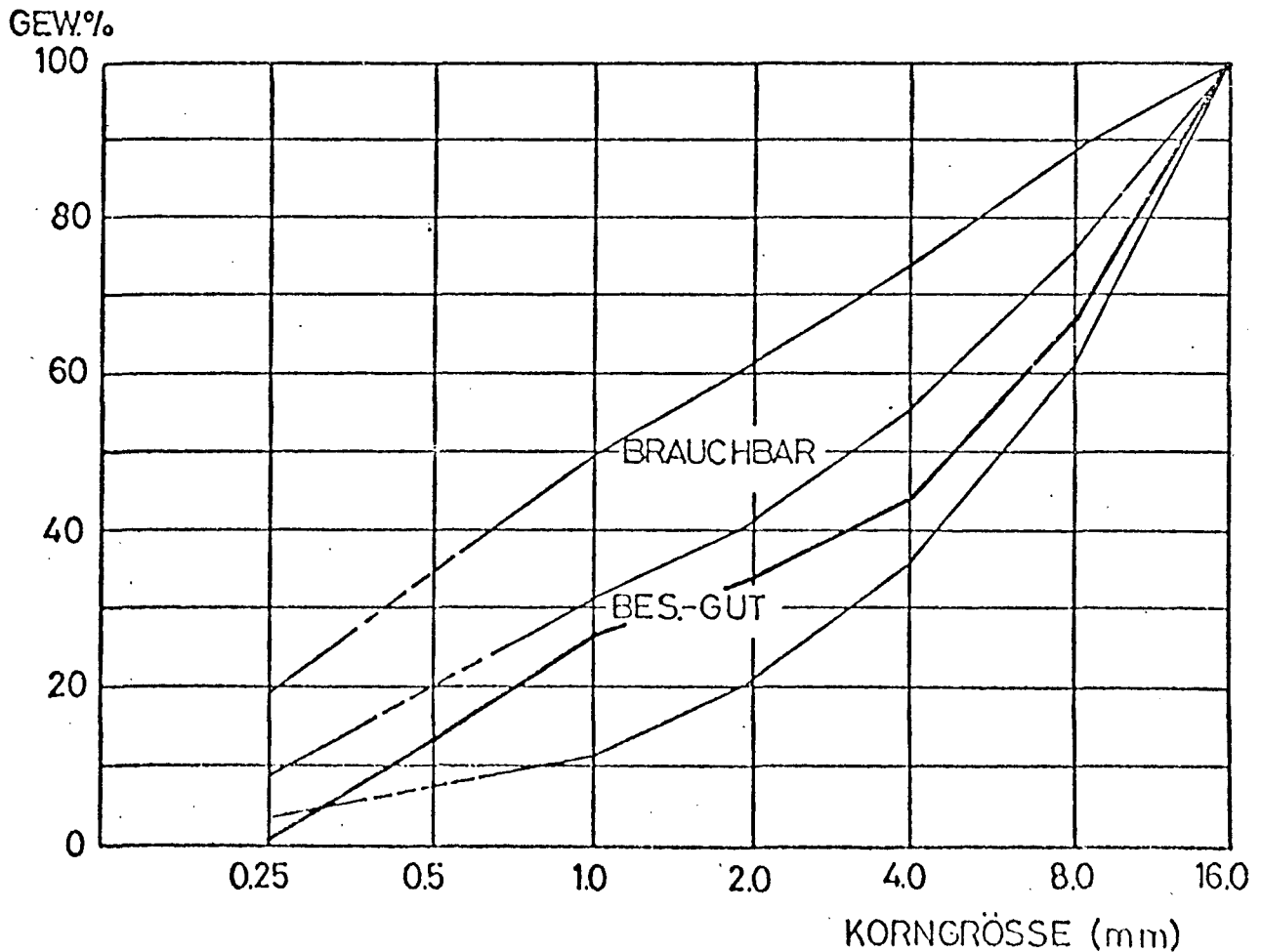


Bild 4a : Versuchsaufbau der Balken St Q 1 und St Q 2

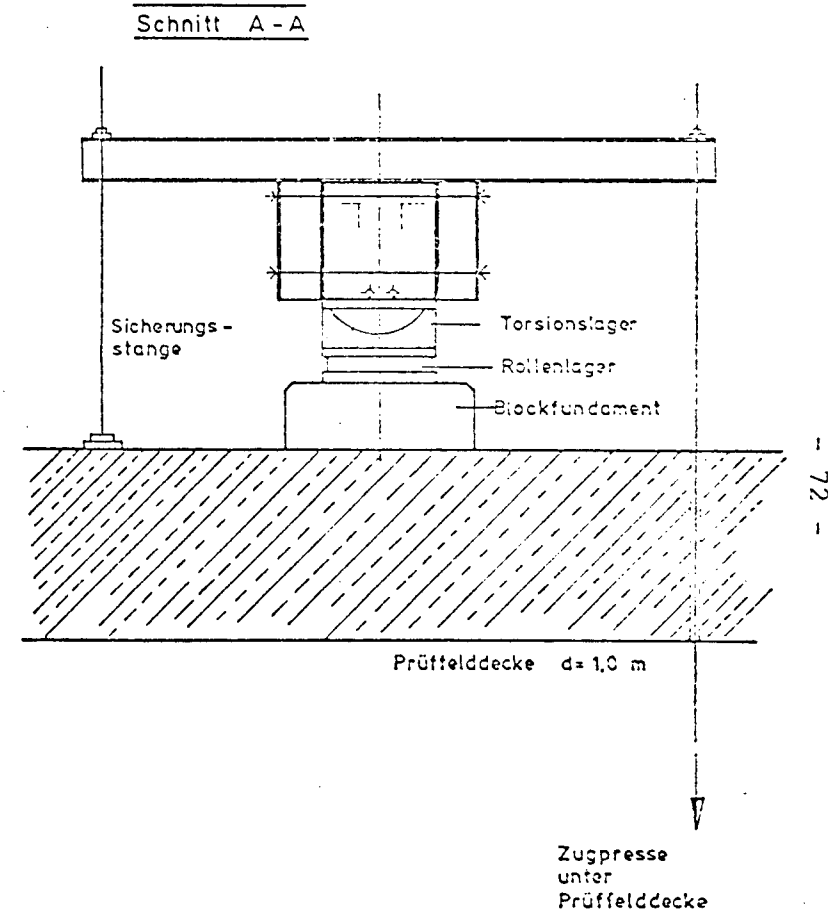
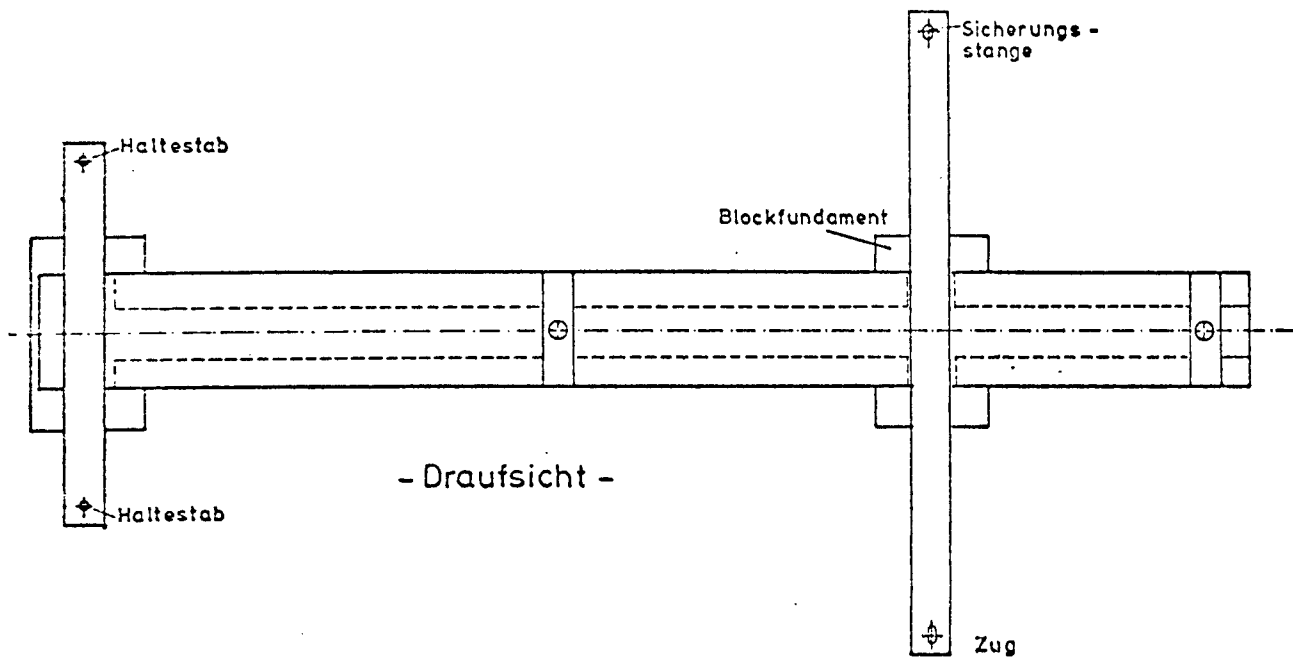
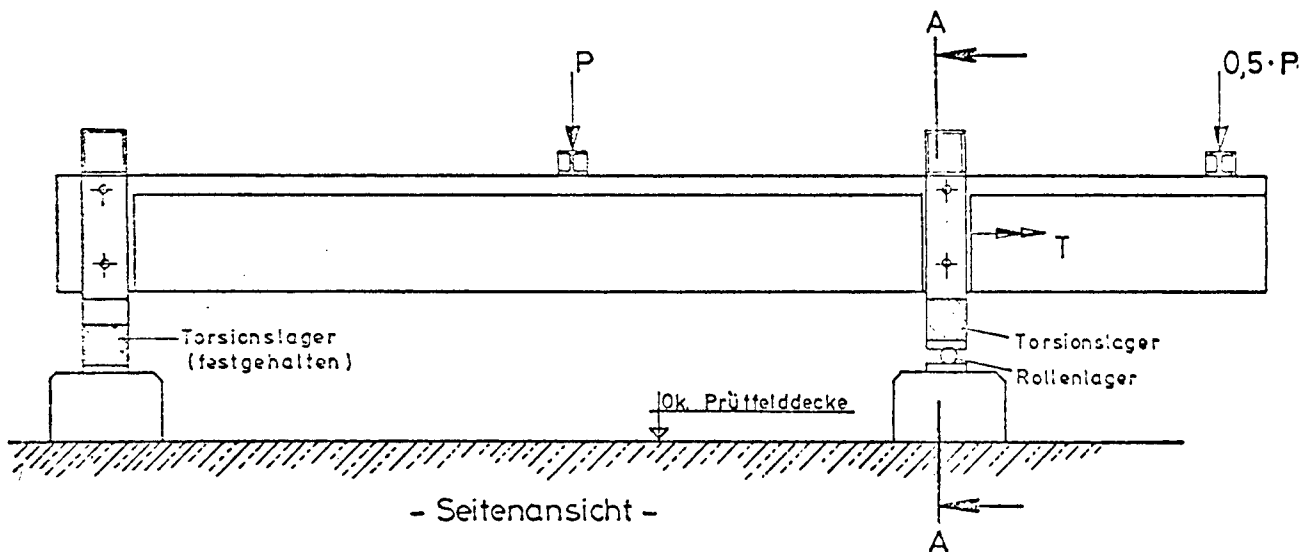


Bild 4b : Versuchsaufbau der Balken St Q 3 ÷ St Q 10

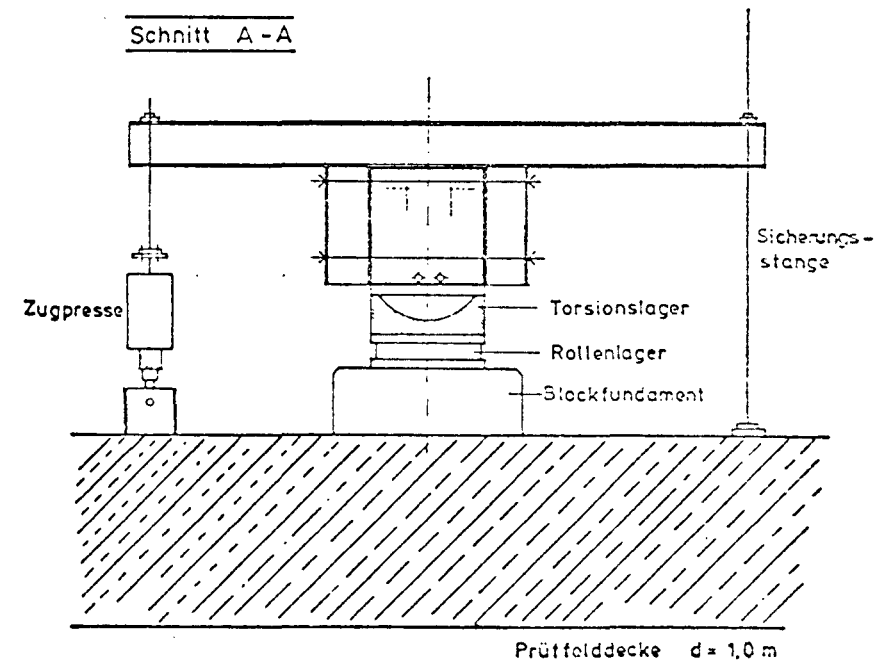
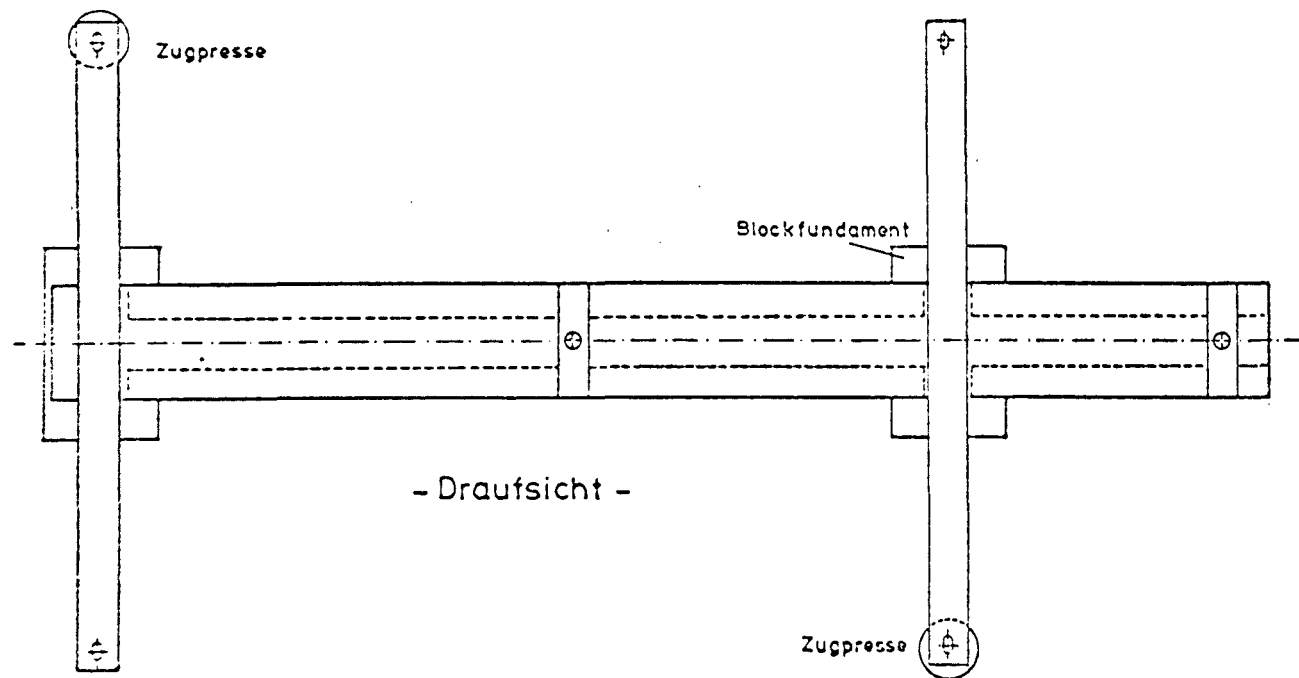
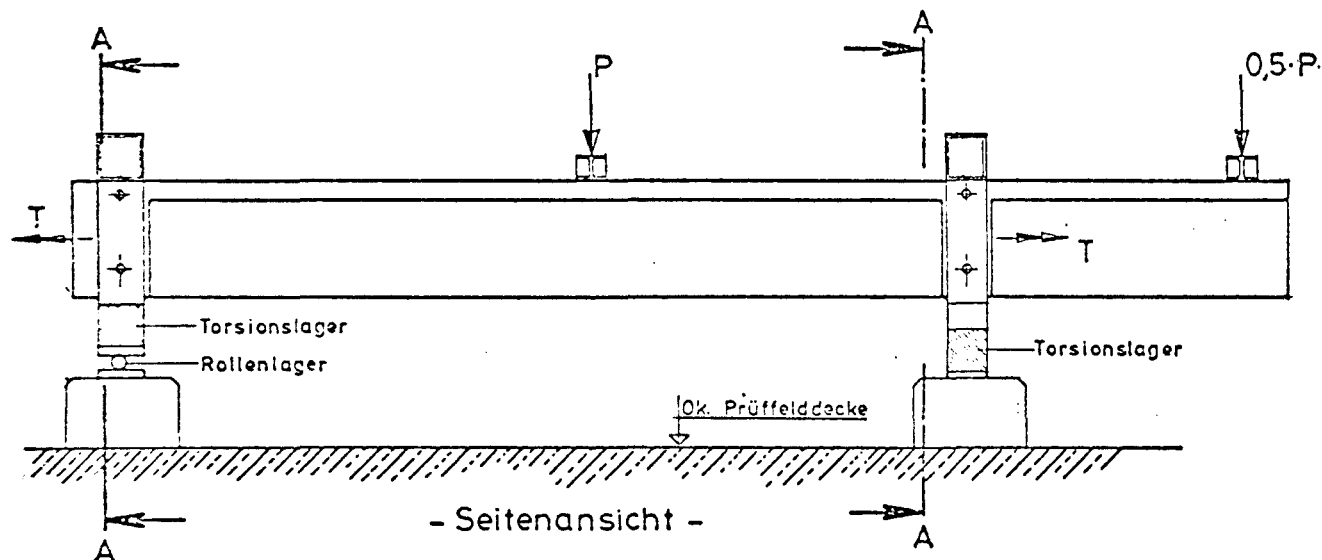


Bild 5: Überblick über die Versuchsanordnung

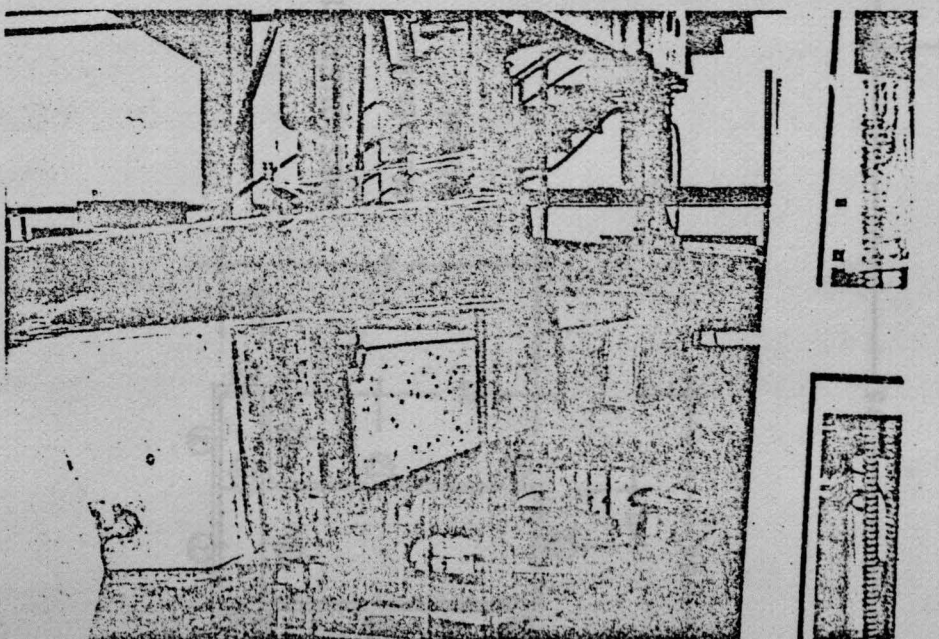
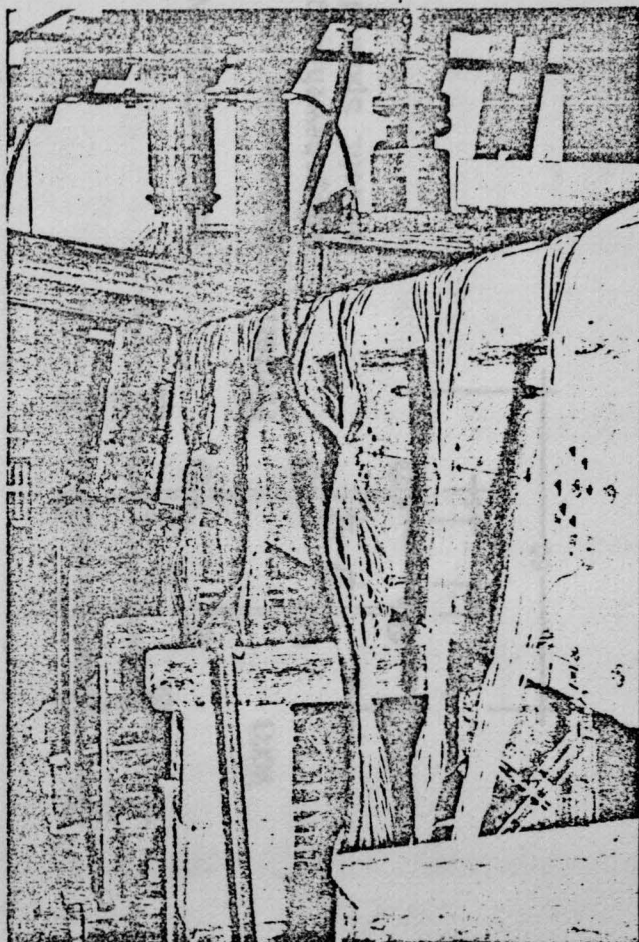
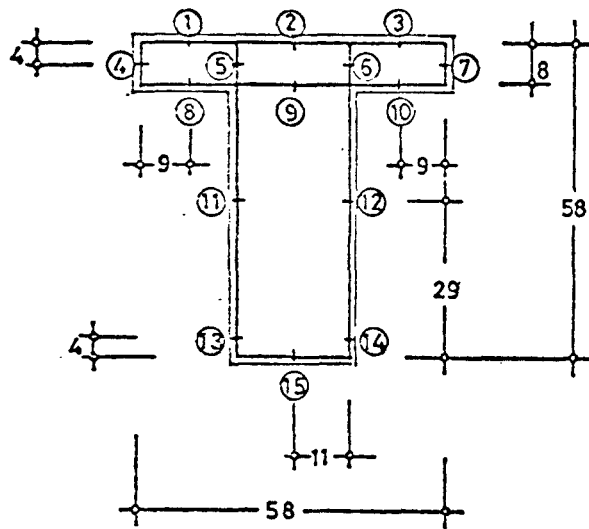
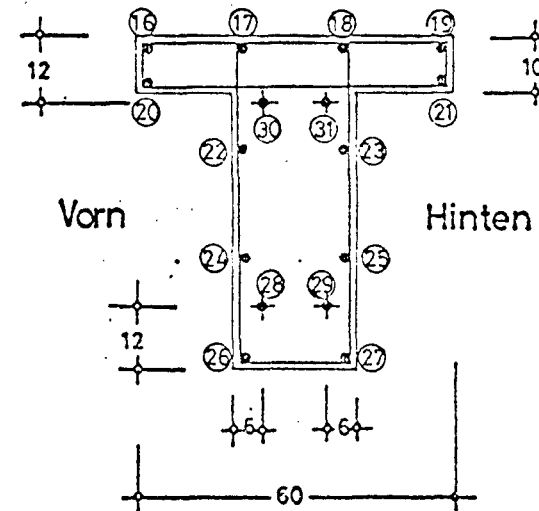


Bild 6a: Anordnung der Dehnmeßstreifen bei den Versuchsbalken STQ 1 ÷ STQ 5



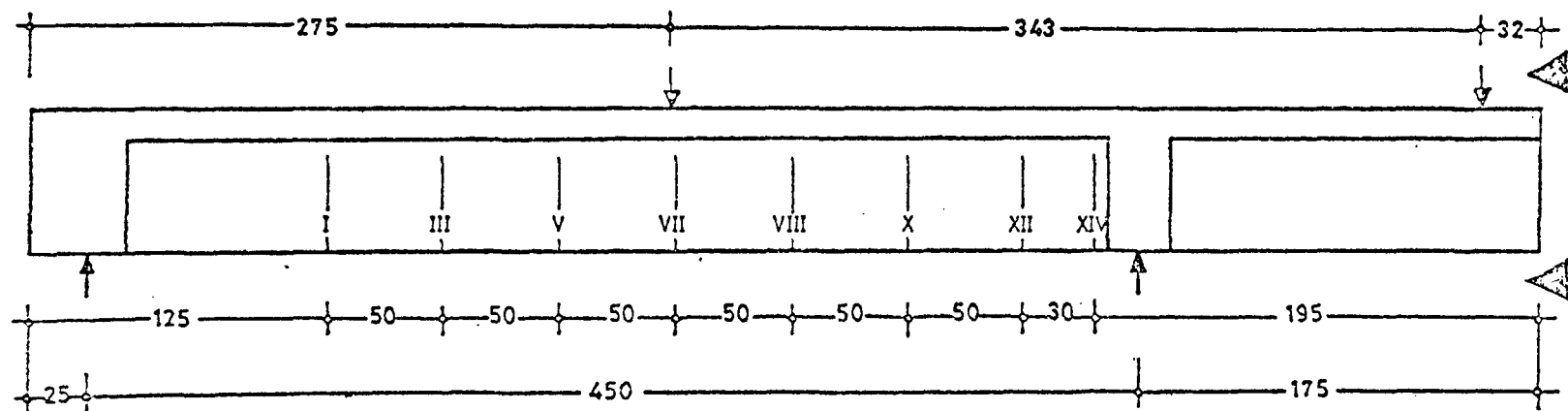
MESSQUERSCHNITT:

· Meßstellen für
Bügel



MESSQUERSCHNITT:

Meßstellen für
Längsbewehrung
einschl. Spannglieder



Meßquerschnitte
für
Stahldehnungsmessung
mit den
Dehnmeßstreifen

Bild 6b: Anordnung der Dehnmeßstreifen
bei dem Versuchsbalken STQ 7+STQ 8

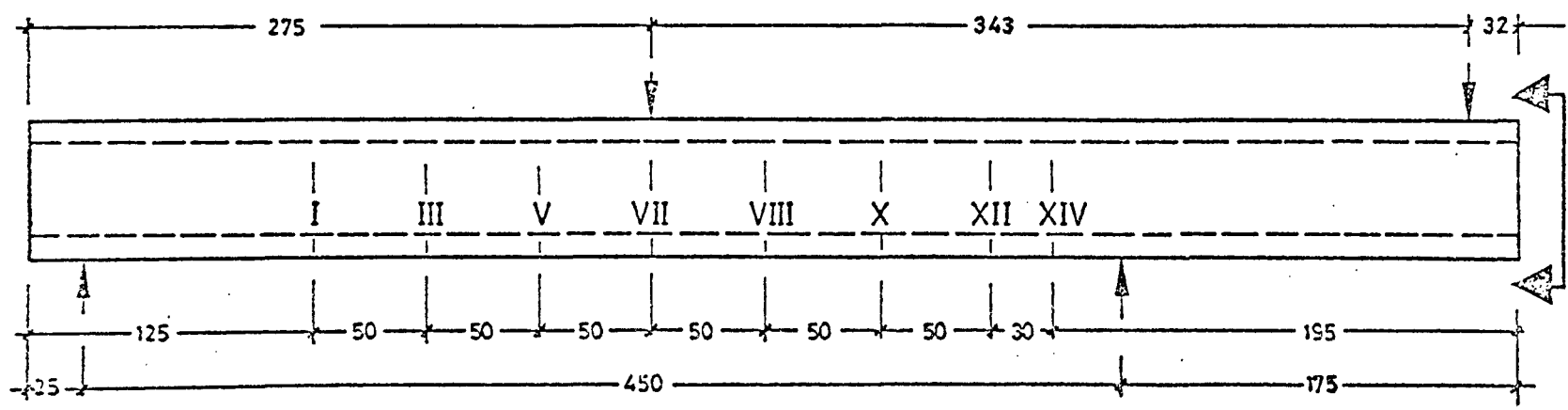
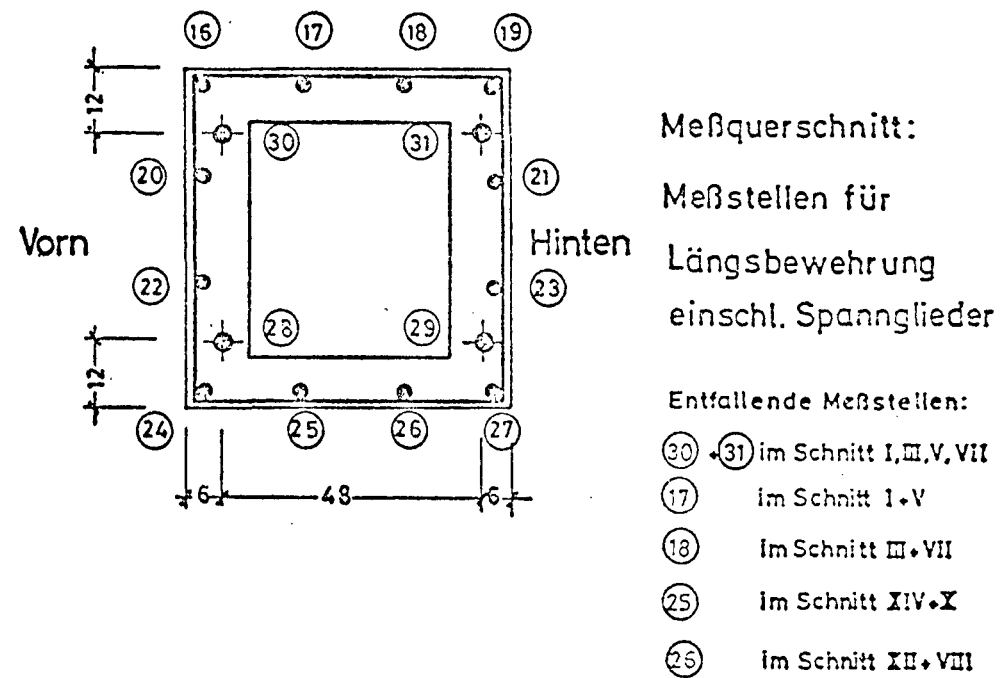
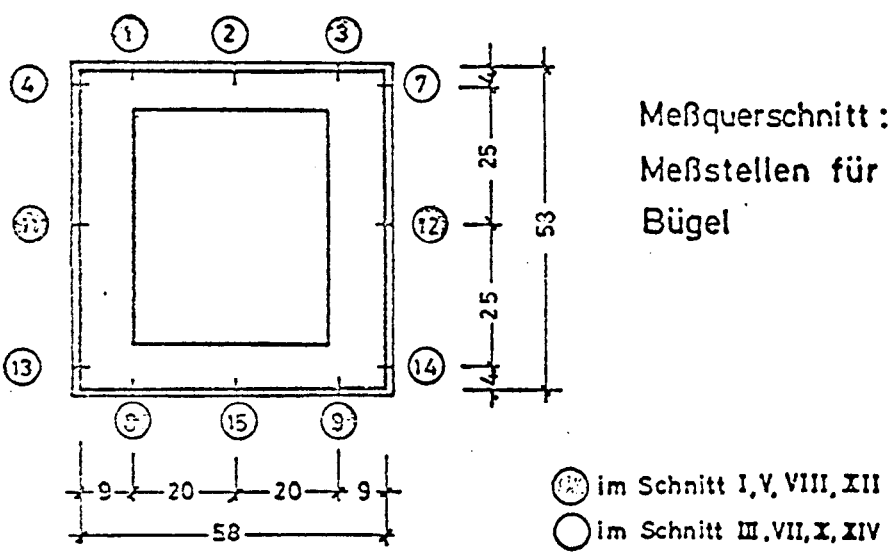
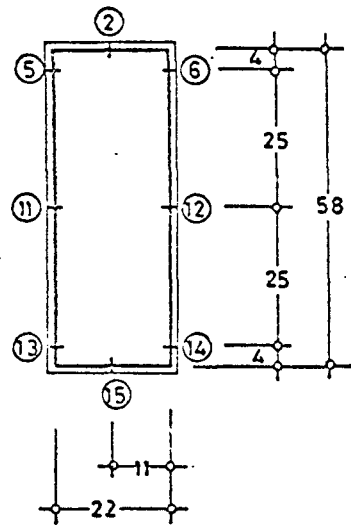
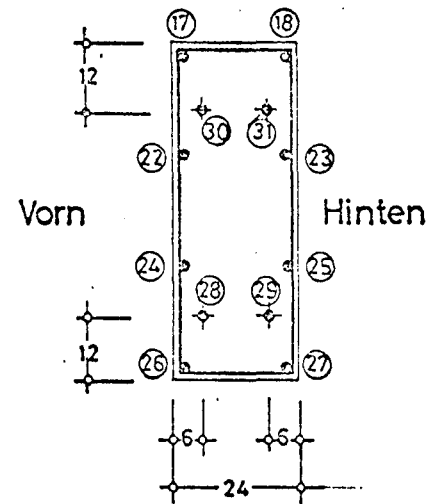


Bild 6c: Anordnung der Dehnmeßstreifen bei den Versuchsbalken STQ 9



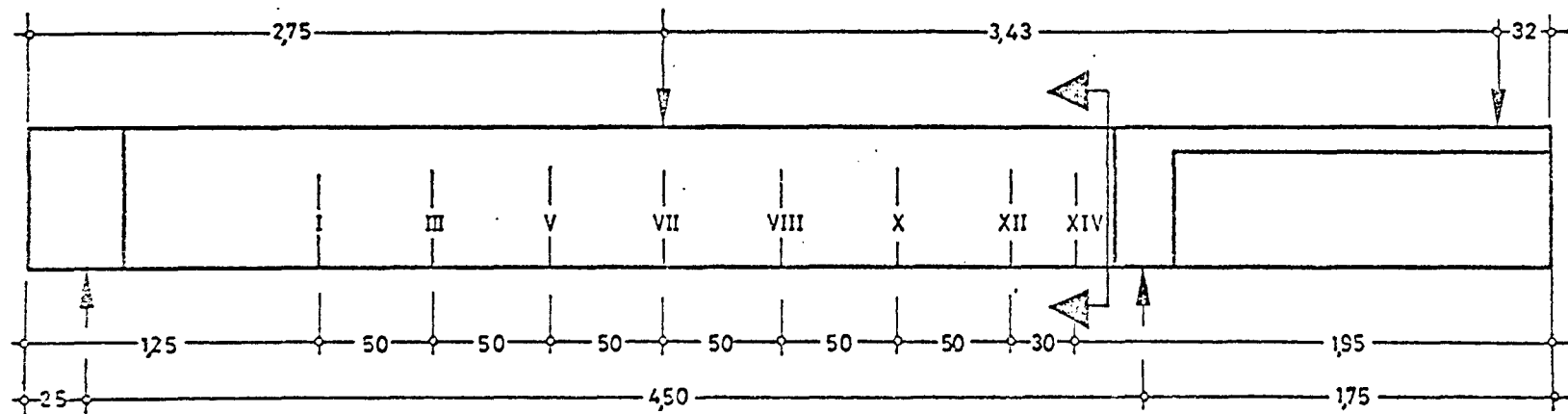
Meßquerschnitt:

Meßstellen für
Bügel



Meßquerschnitt:

Meßstellen für Längsbewehrung
einschl. Spannglieder

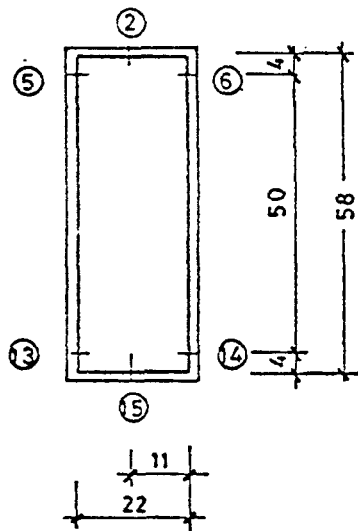


Meßquerschnitte für
Stahldehnungsmessung
mit den Dehnmeßstreifen

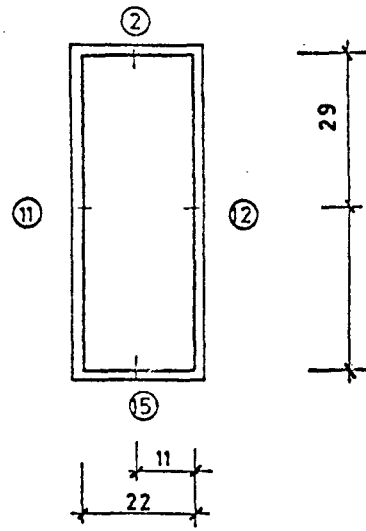
Bild 6d: Anordnung der Dehnmeßstreifen beim Versuch STQ 10

Meßstellen für Bügel

im Querschnitt
I, V, VIII und XII



im Querschnitt
III, VII, X und XIV



Meßstellen für
Längsbewehrung
einschl. Spannglieder

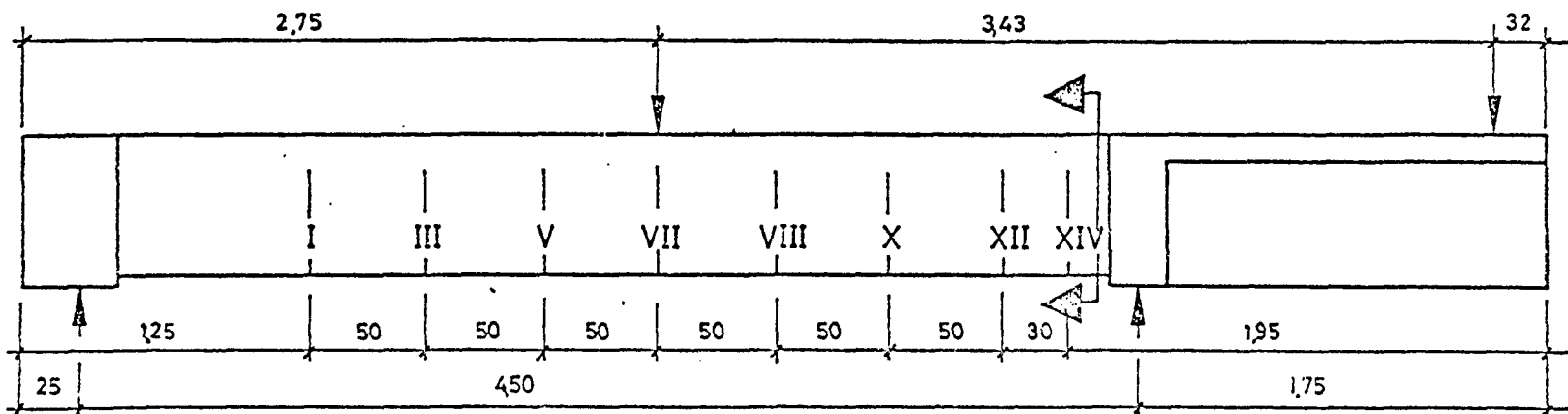
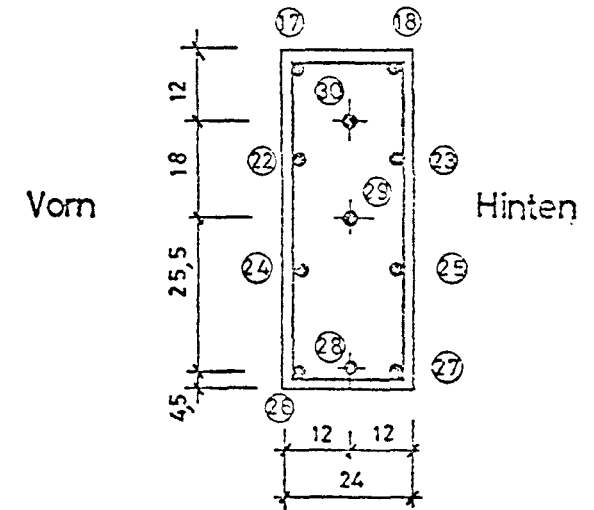
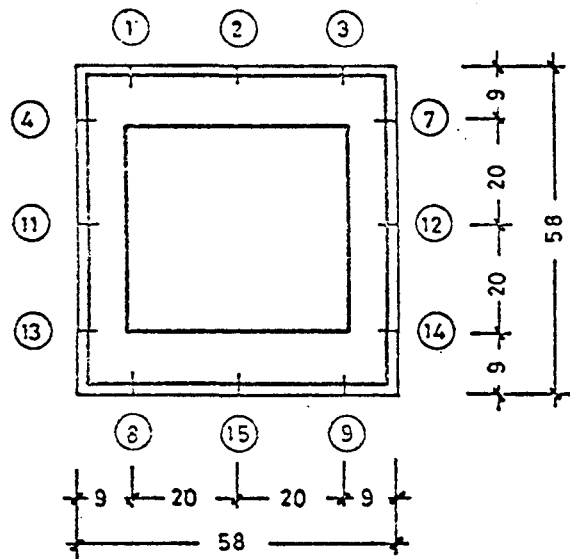


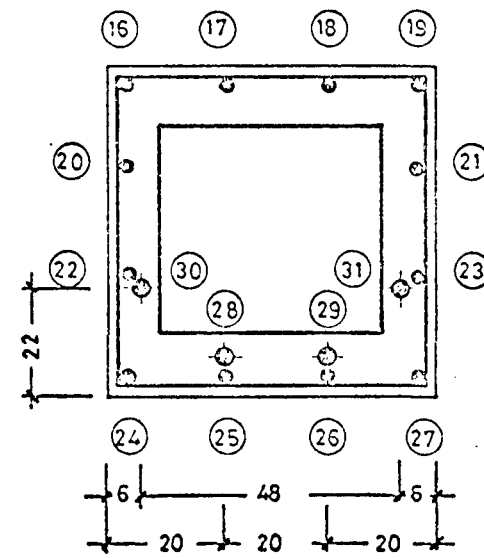
Bild 6e: Anbringung der Dehnmeßstreifen bei dem Versuchsbalken STQ 6



Meßquerschnitt:
Meßstellen für
Bügel

● im Schnitt I, V, X, XIV

○ im Schnitt III, VII, VIII, XII

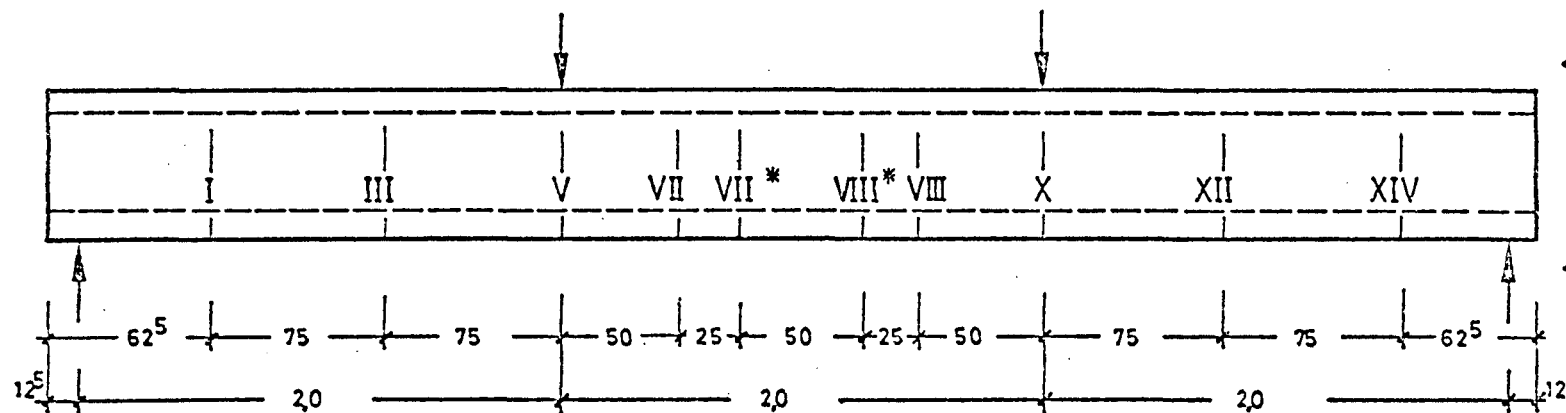


Meßquerschnitt:
Meßstellen für
Längsbewehrung
einschl. Spannglieder

Entfallende Meßstellen:

17 18 25 26 im Schnitt
I, V, X, XIV

20 21 22 23 im Schnitt
III, VII, VIII, XII



Meßquerschnitte für
Stahldehnungsmessung
mit den Dehnmeßstreifen

Bild 7 : Anordnung der Setzdehnungsmeßstellen
am Versuchsbalken STQ 5

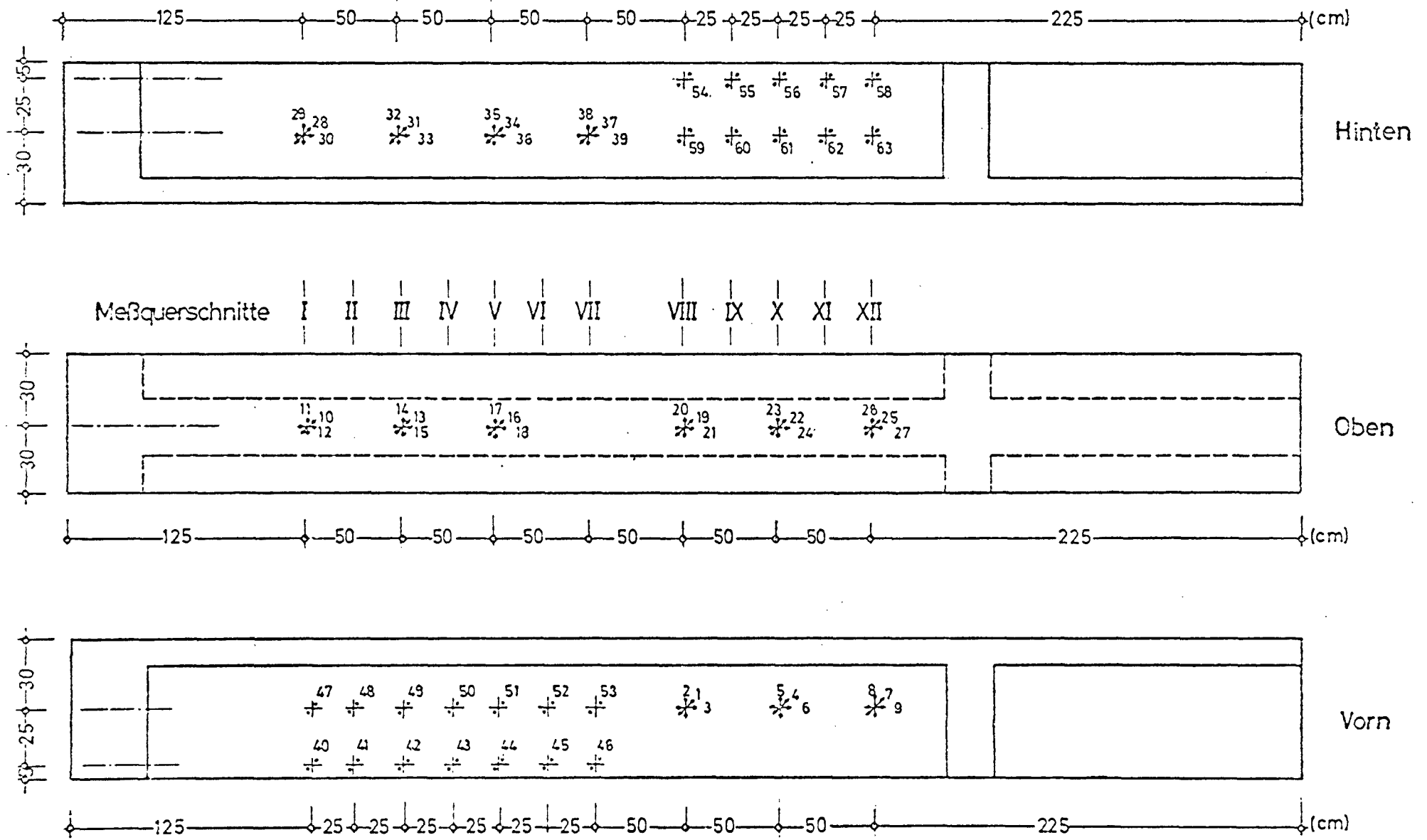


Bild 8a: Anordnung der Dehnmeßstreifen zur Ermittlung der Betondehnungen im Querschnitt des Balkens STQ 8

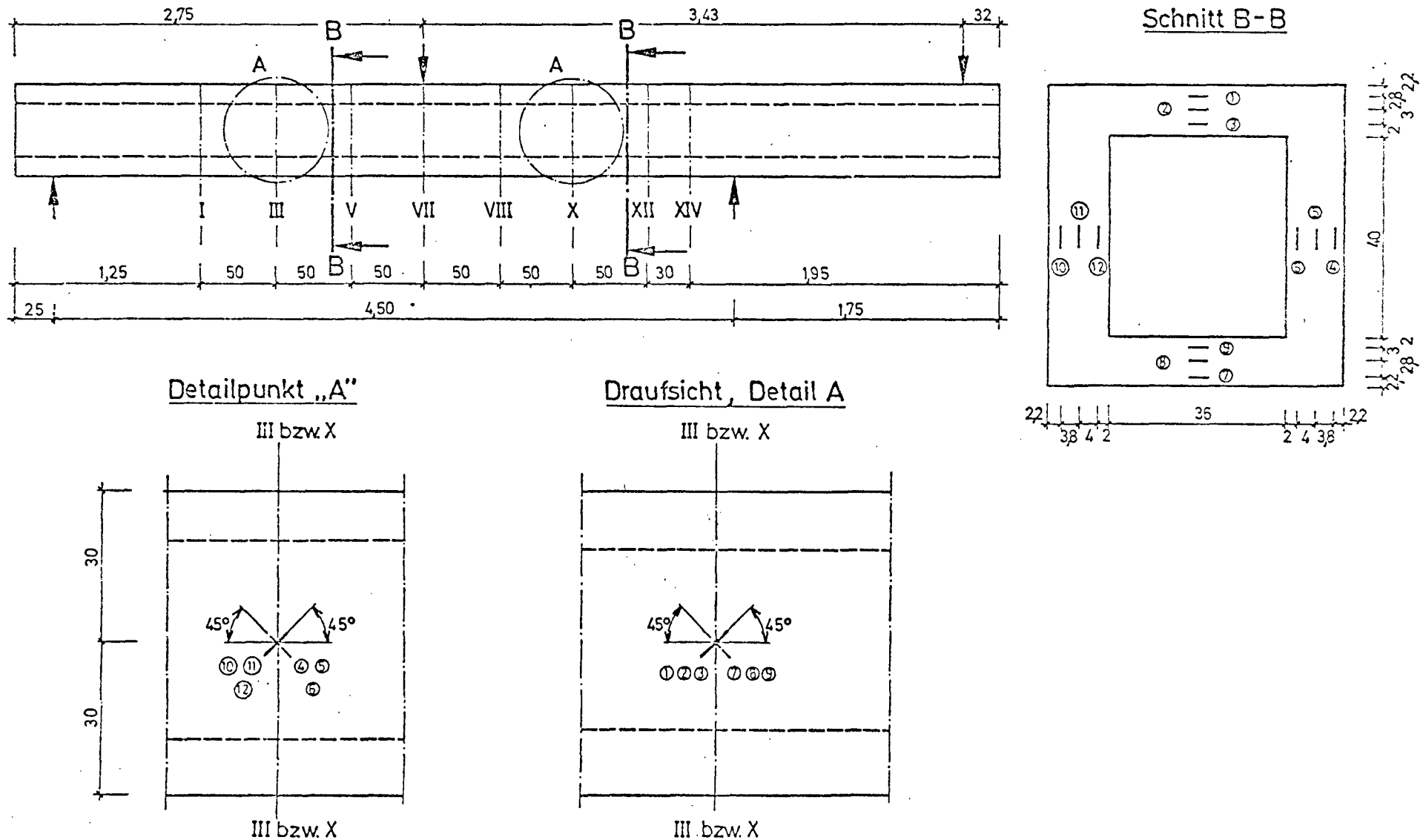
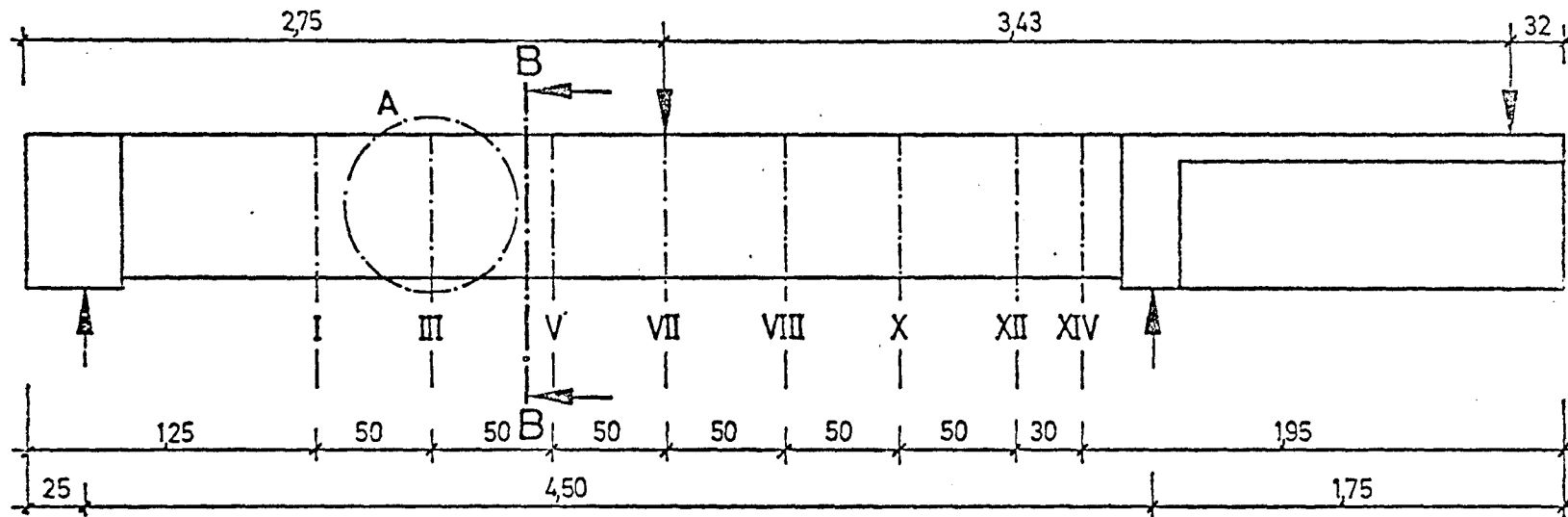


Bild 8b: Anordnung der Dehnmeßstreifen zur Ermittlung der Betondehnungen im Querschnitt des Balkens STQ10



Detailpunkt „A“

Draufsicht, Detail A

Schnitt B-B

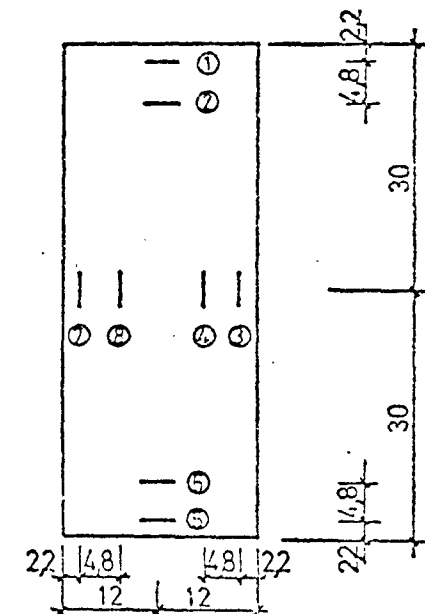
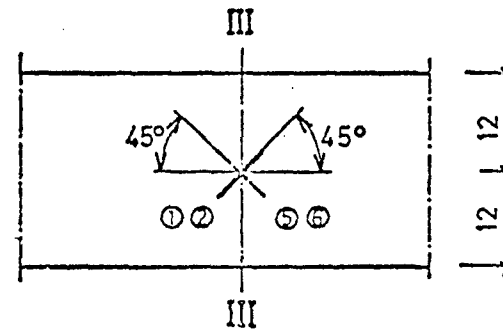
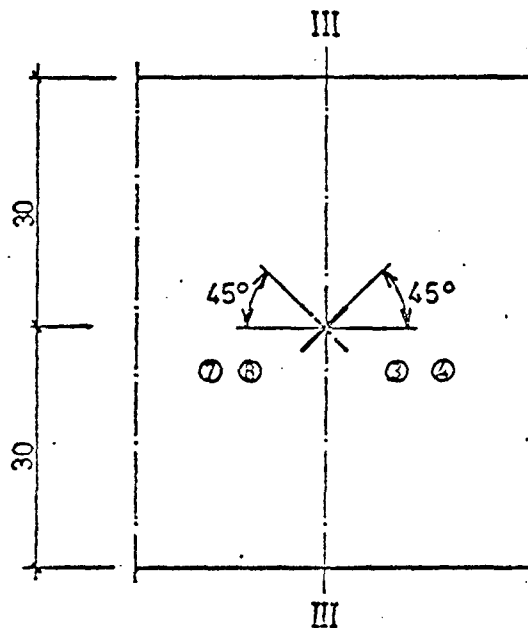


Bild 9 :Anordnung der Weggeber bei den
Versuchsbalken STQ3-STQ5

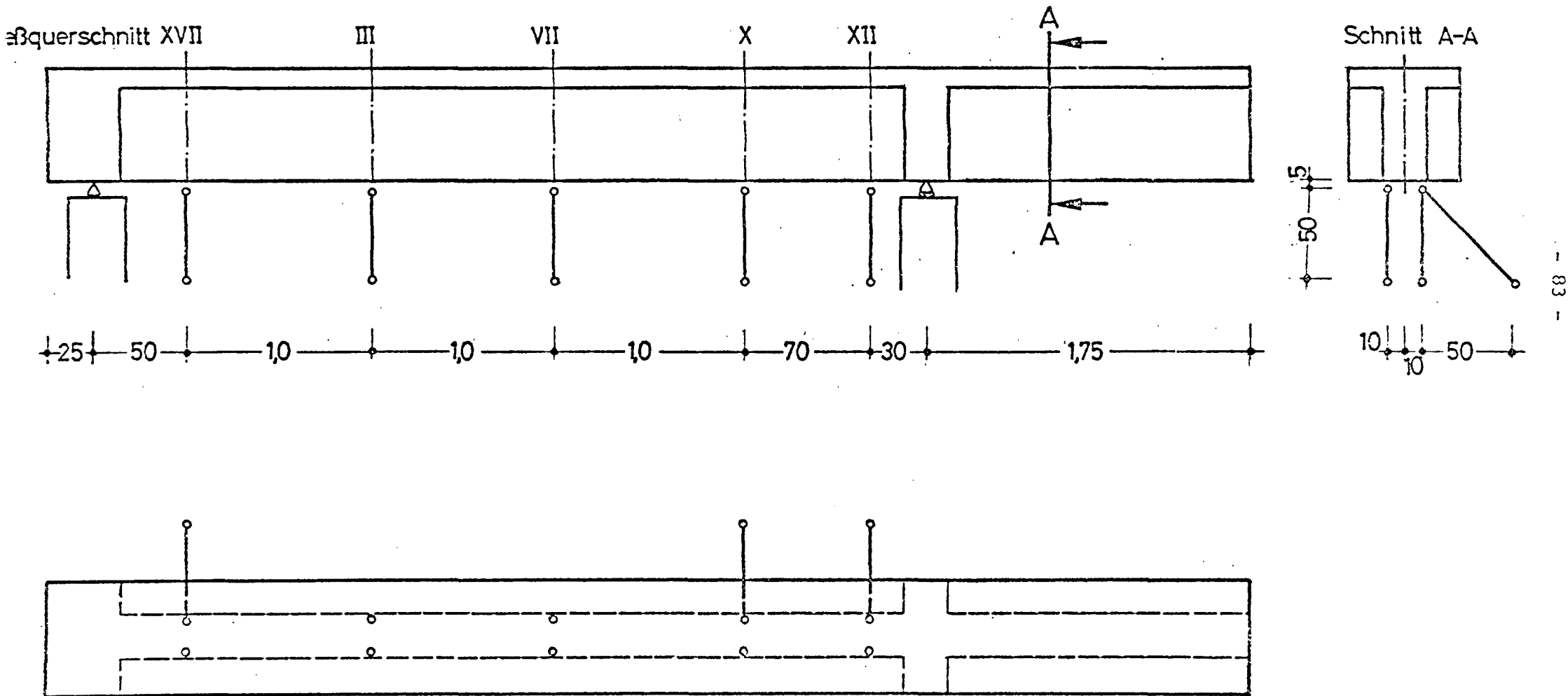
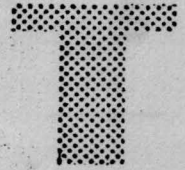
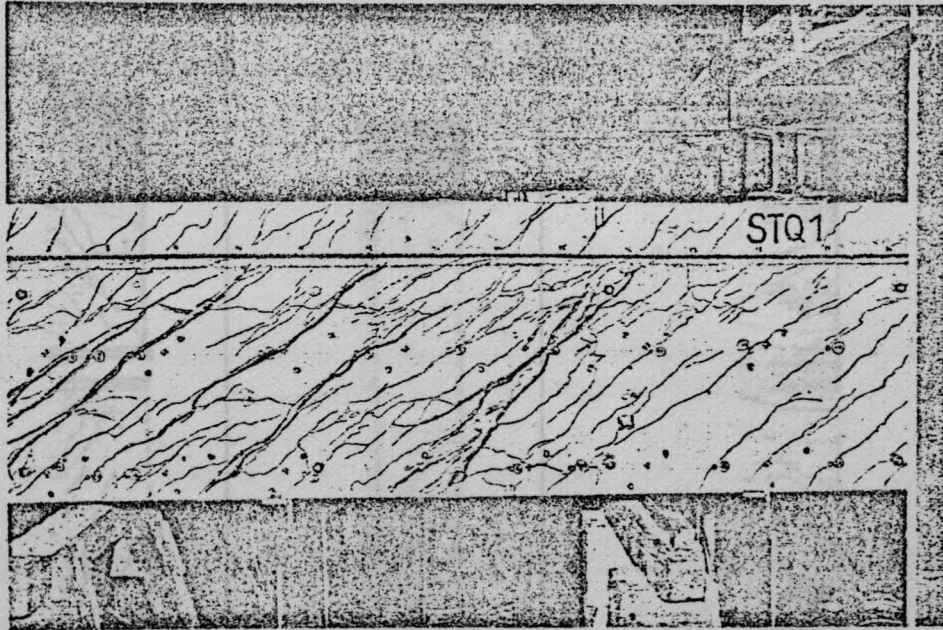


Bild 10 : Versagensbereich des Versuchsbalkens STQ 1



$$M_{\max}/T = 2,0$$

Spannstahl: $\varnothing 26,5\text{mm}$

St 85/105

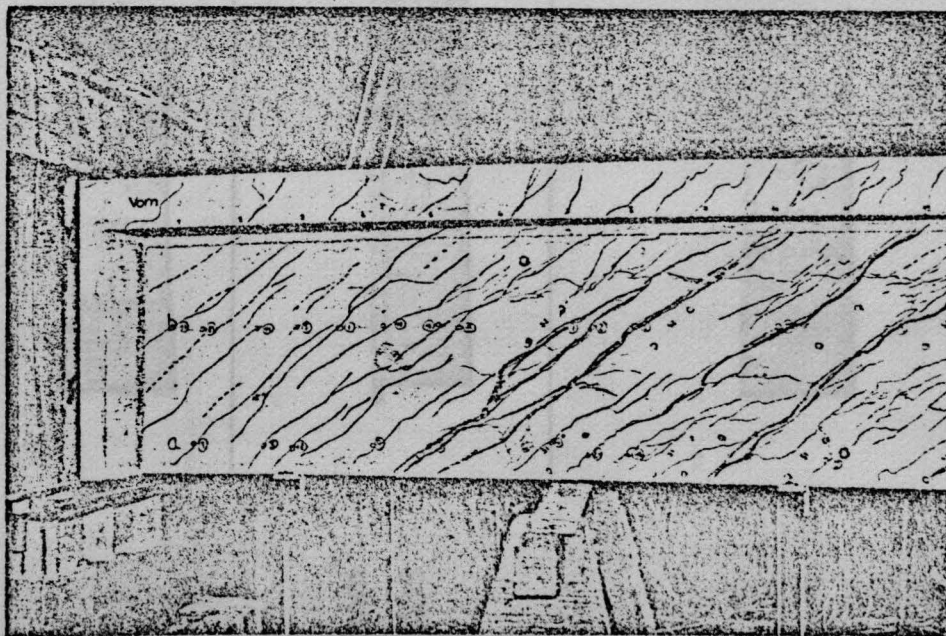
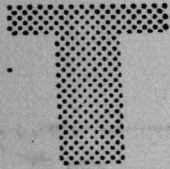


Bild 11 : Bruchbild des Prüfkörpers STQ 2



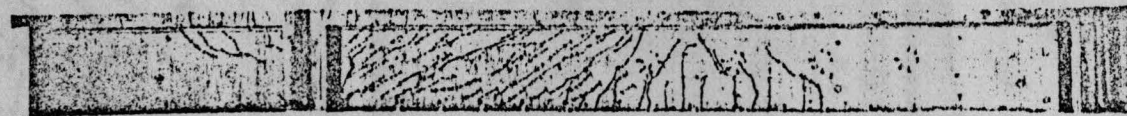
$M_{max}/T = 10,0$

Spannstahl: $\varnothing 26,5\text{mm}$

St 85/105



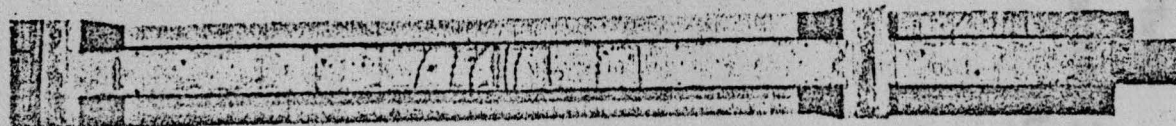
Vorn



Hinten

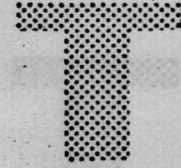
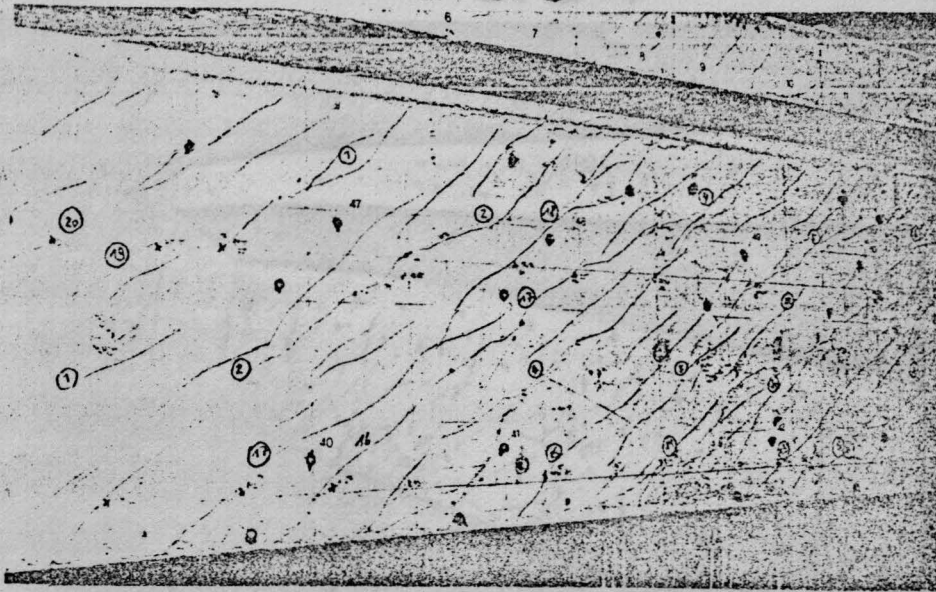


Oben



Unten

Bild 12 : Versagensbereich des Versuchsbalkens STQ 3



$M_{max}/T=1,0$

Spannstahl: $\varnothing 26,5\text{mm}$
St 85/105

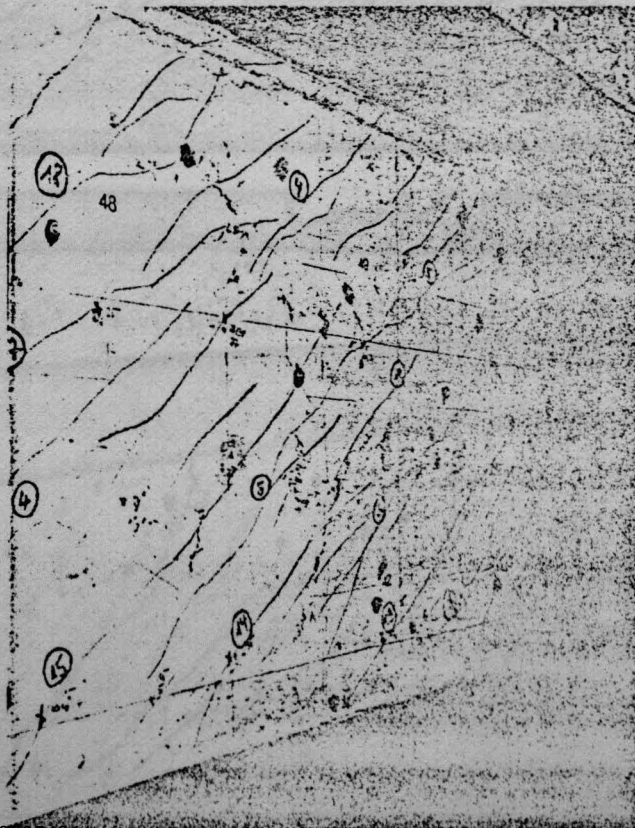
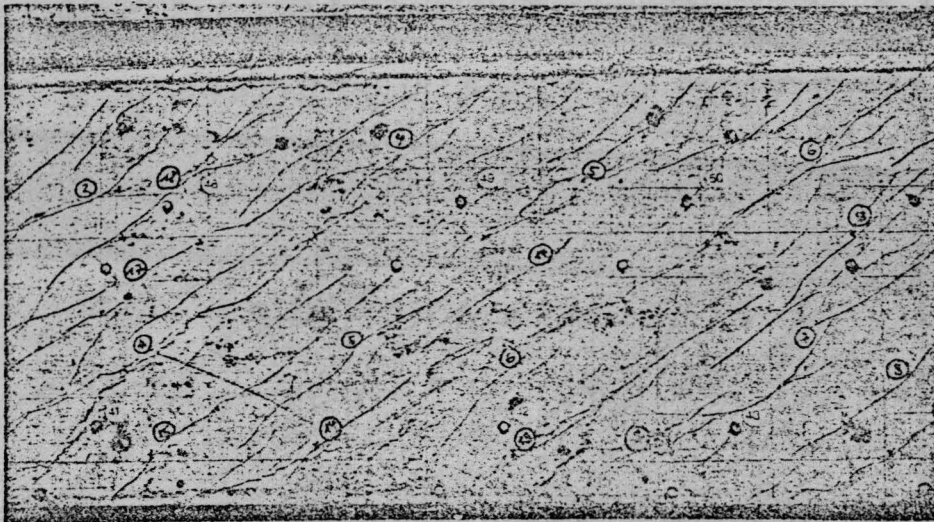
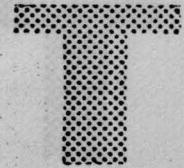
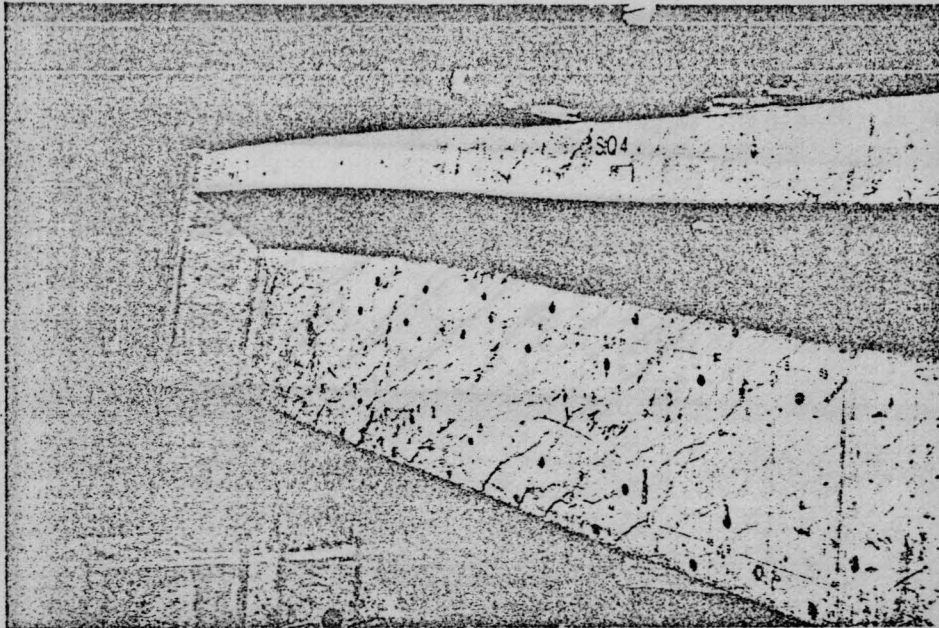


Bild 13 : Versagensbereich des Versuchsbalkens
STQ 4



$M_{max}/T = 2,0$

Spannstahl: $\varnothing 320 \text{ mm}$

St 85/105

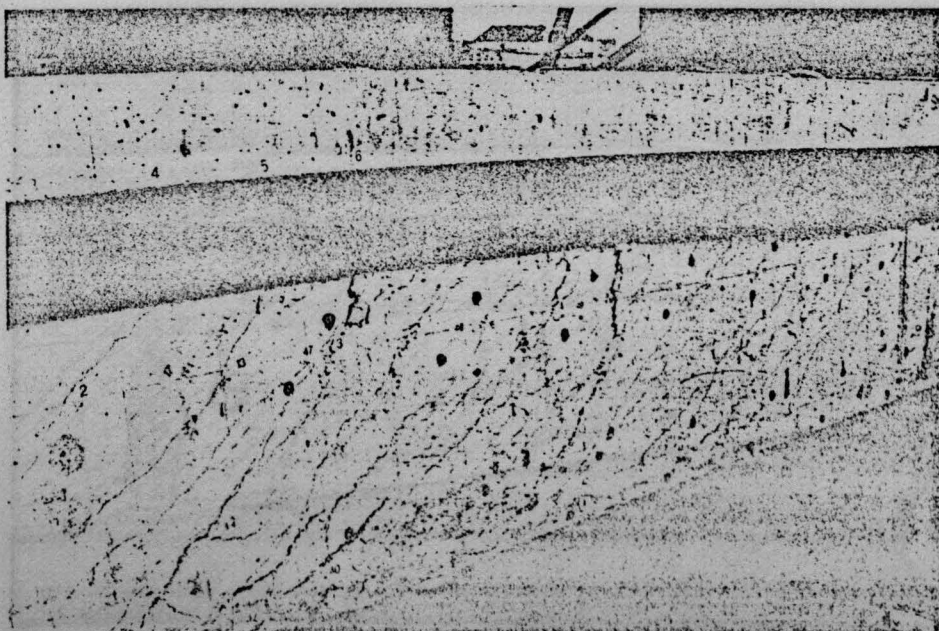
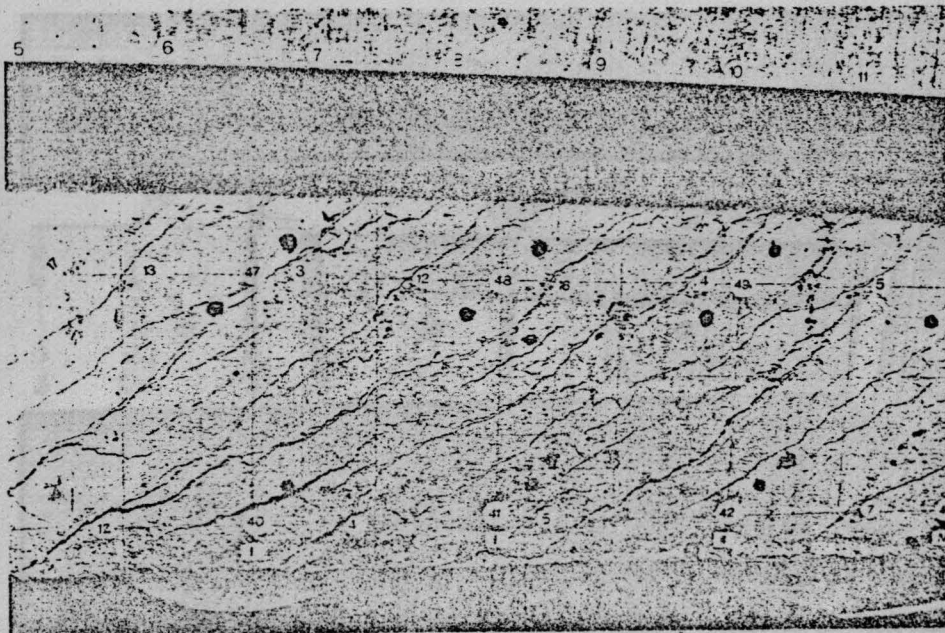
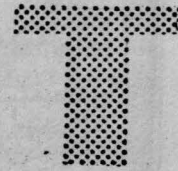
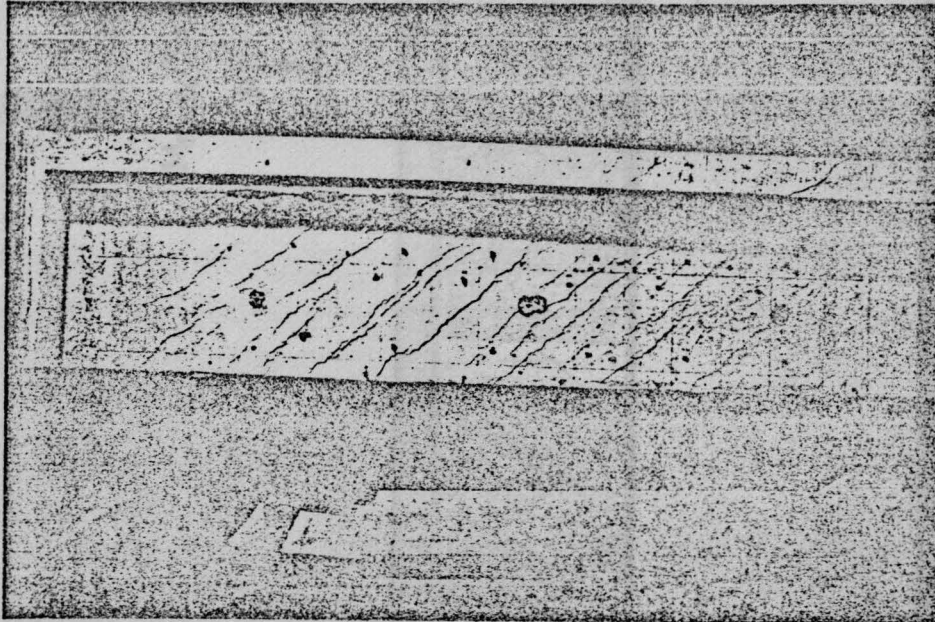


Bild 14: Versagensbereich des Versuchsbalkens STQ 5



$$M_{\max}/T = 2,0$$

Spannstahl: $\varnothing 16,0$ mm
St 135/150

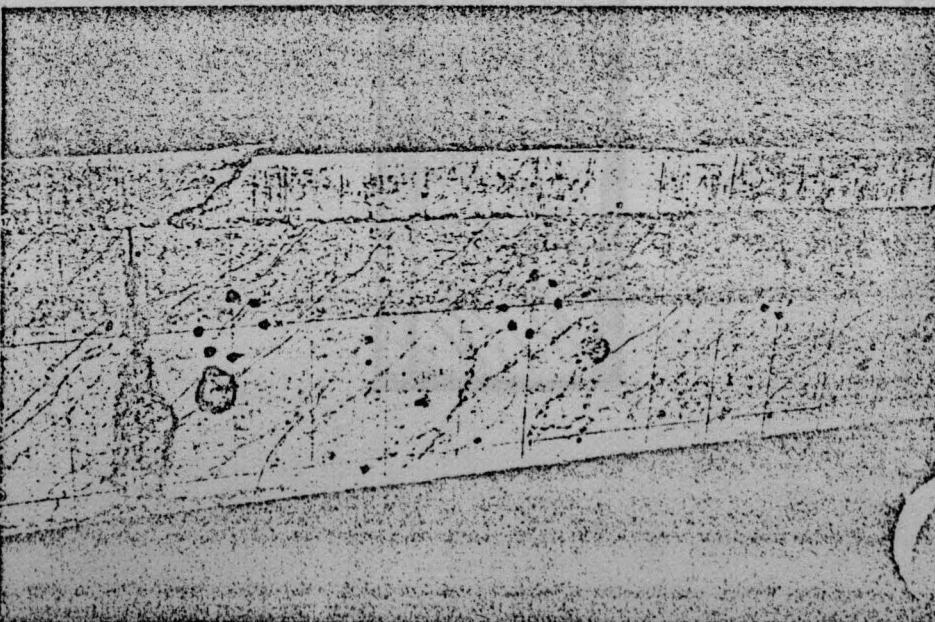
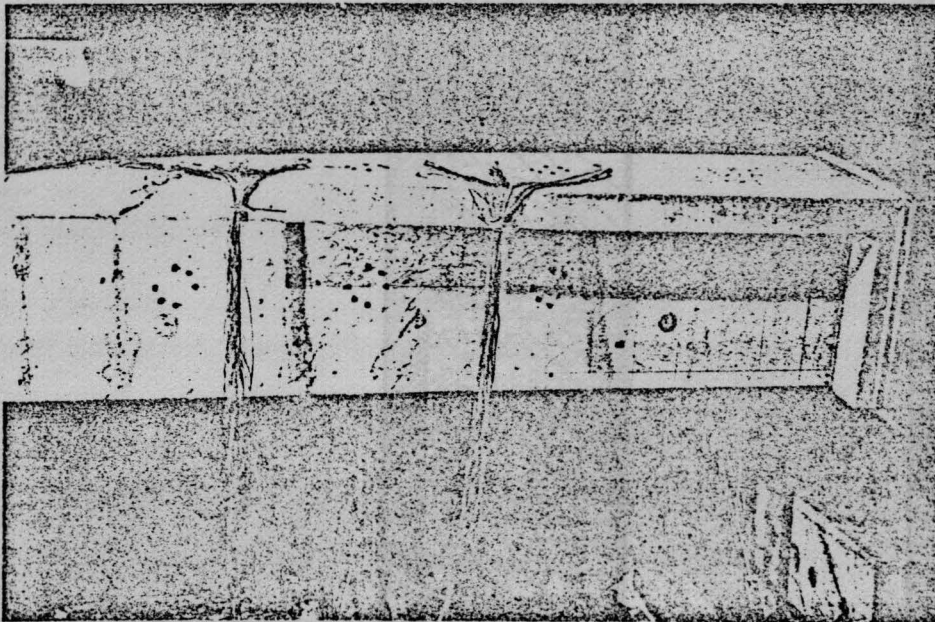
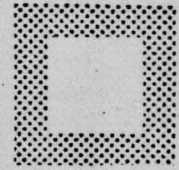
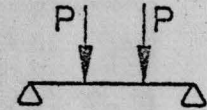


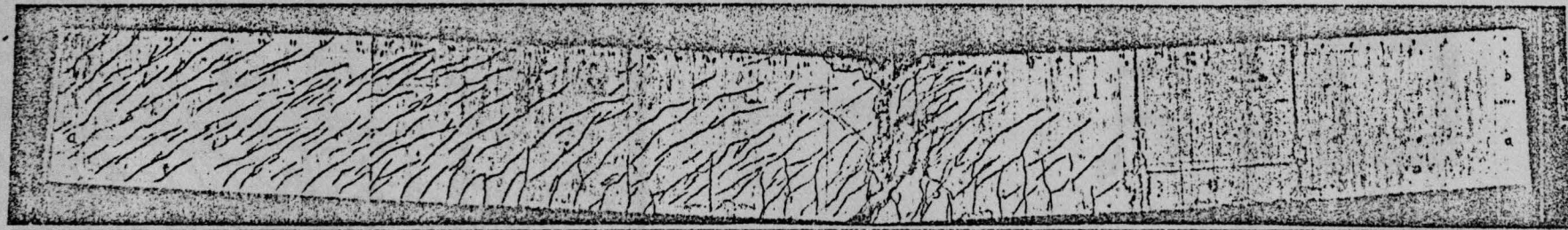
Bild 15: Bruchbild des Prüfkörpers STQ.6



$$M_{\max}/T = 2,5$$

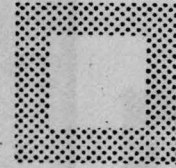
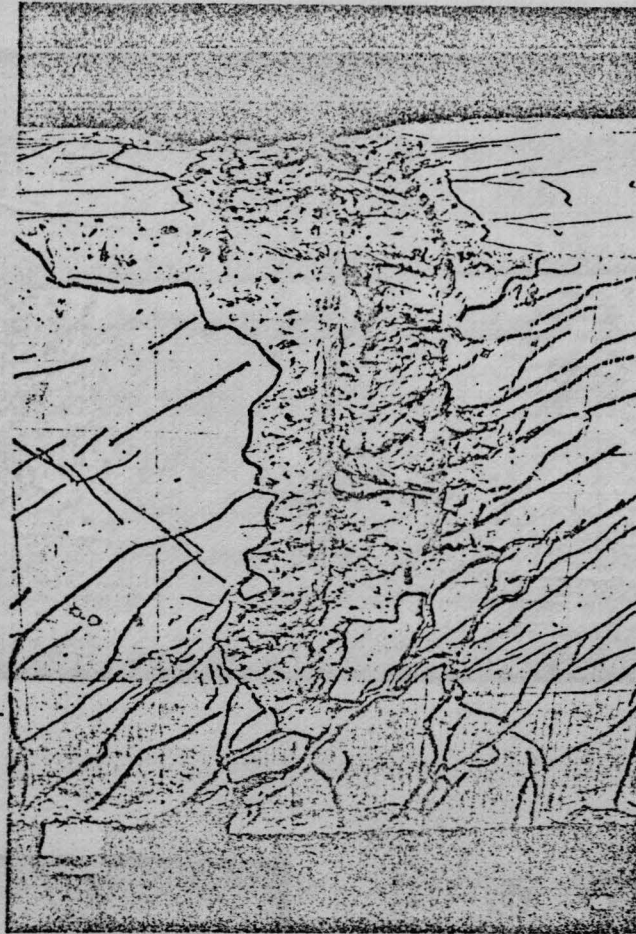


Vorn



Hinten

Bild 16 : Versagensbereich des Versuchsbalkens
STQ 6



$$M_{\max}/T = 2,5$$

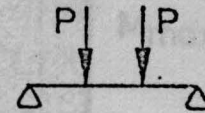
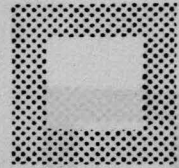
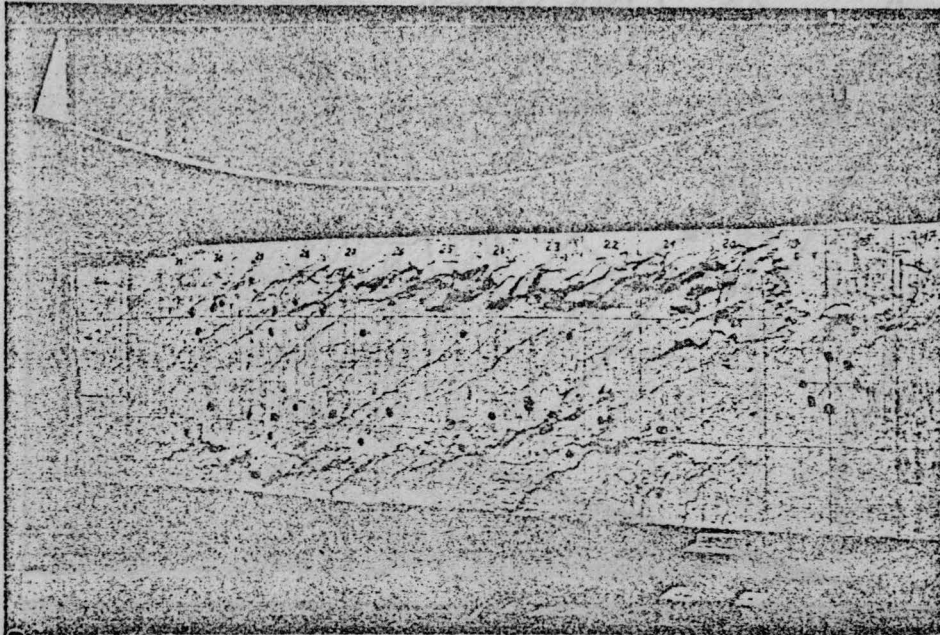


Bild 17: Versagensbereich des Versuchsbalkens STQ 7



$M_{\max} / T = 2,0$

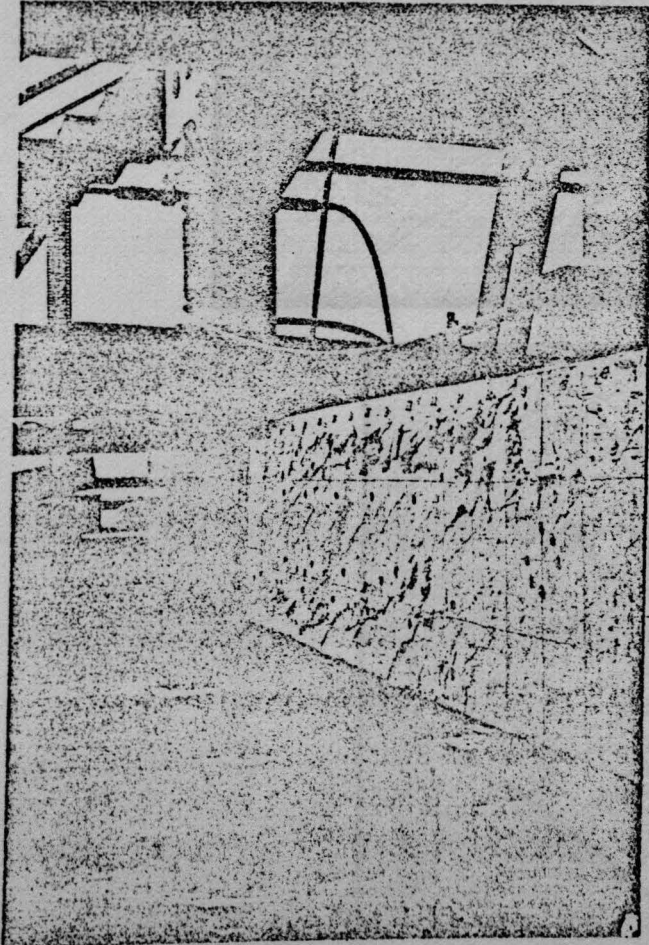
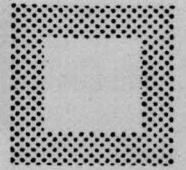
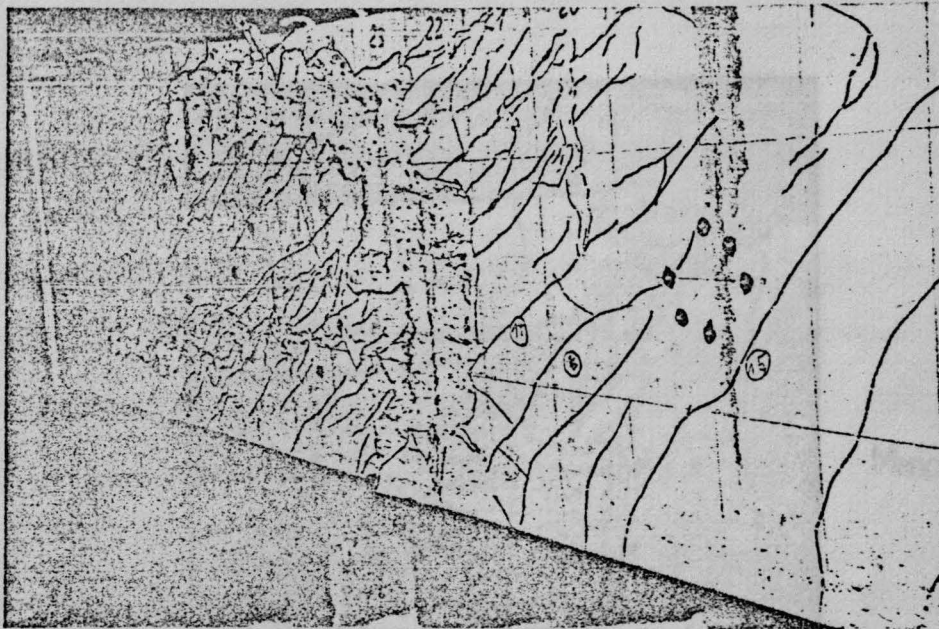


Bild 18.: Versagensbereich des Versuchsbalkens STQ 8



$M_{\max}/T = 4,0$

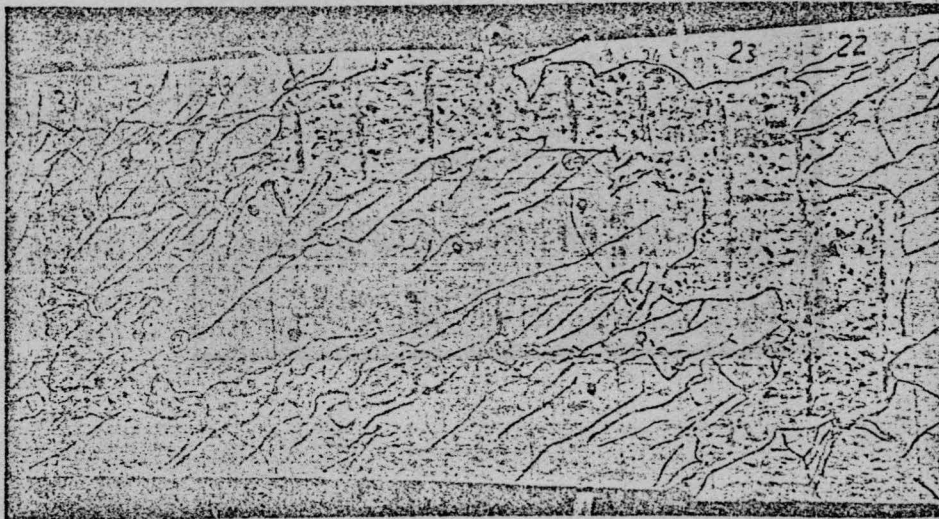


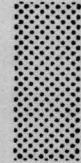
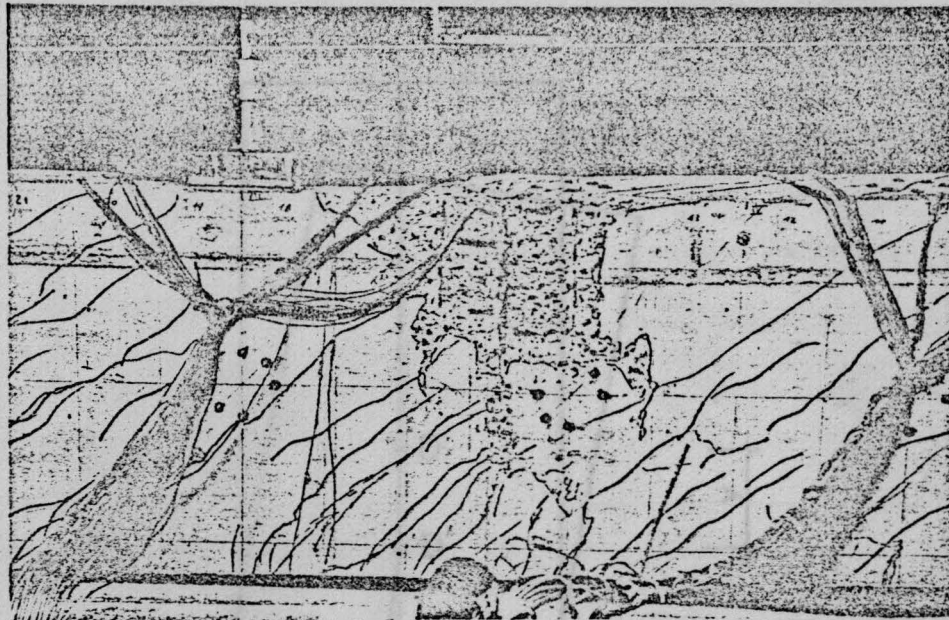
Bild 19: Versagensbereich des Versuchsbalkens STQ 9



$M_{\max}/T = 2,0$



Bild 20: Versagensbereich des Versuchsbalkens
STQ 10



$M_{\max}/T=4,0$

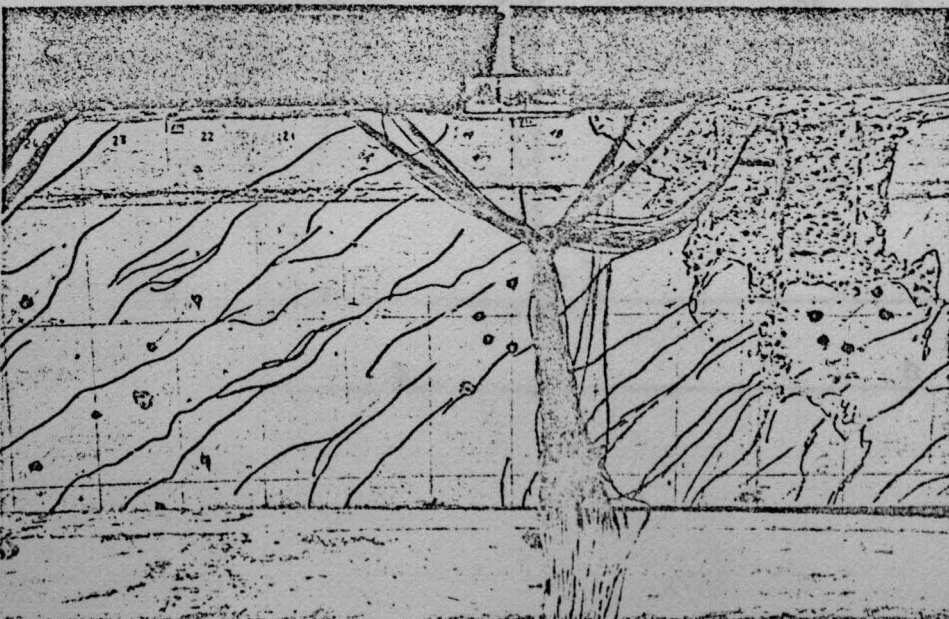
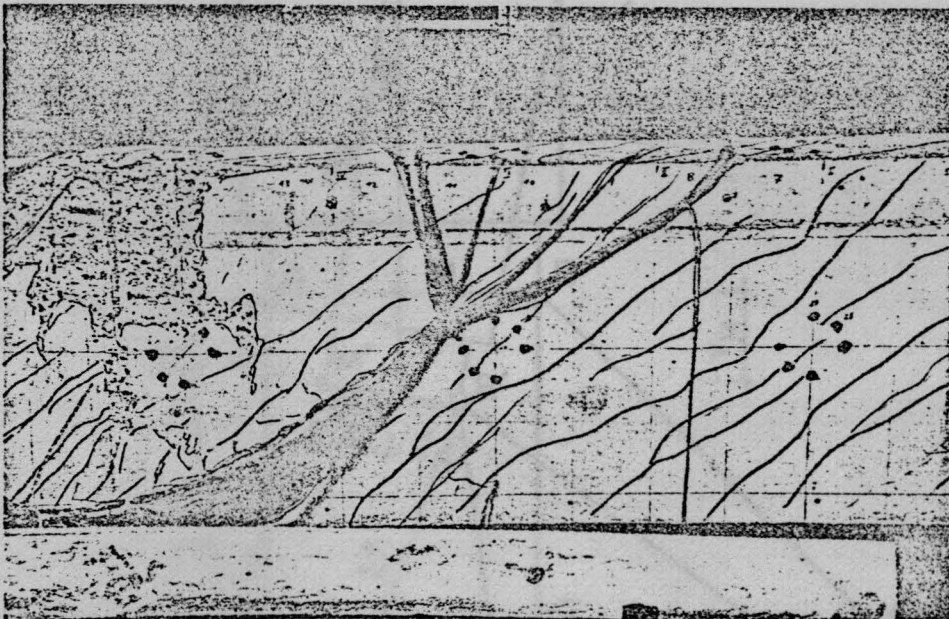


Bild 21 : Ermittlung der Verformungen
mit Hilfe der induktiven Weggeber

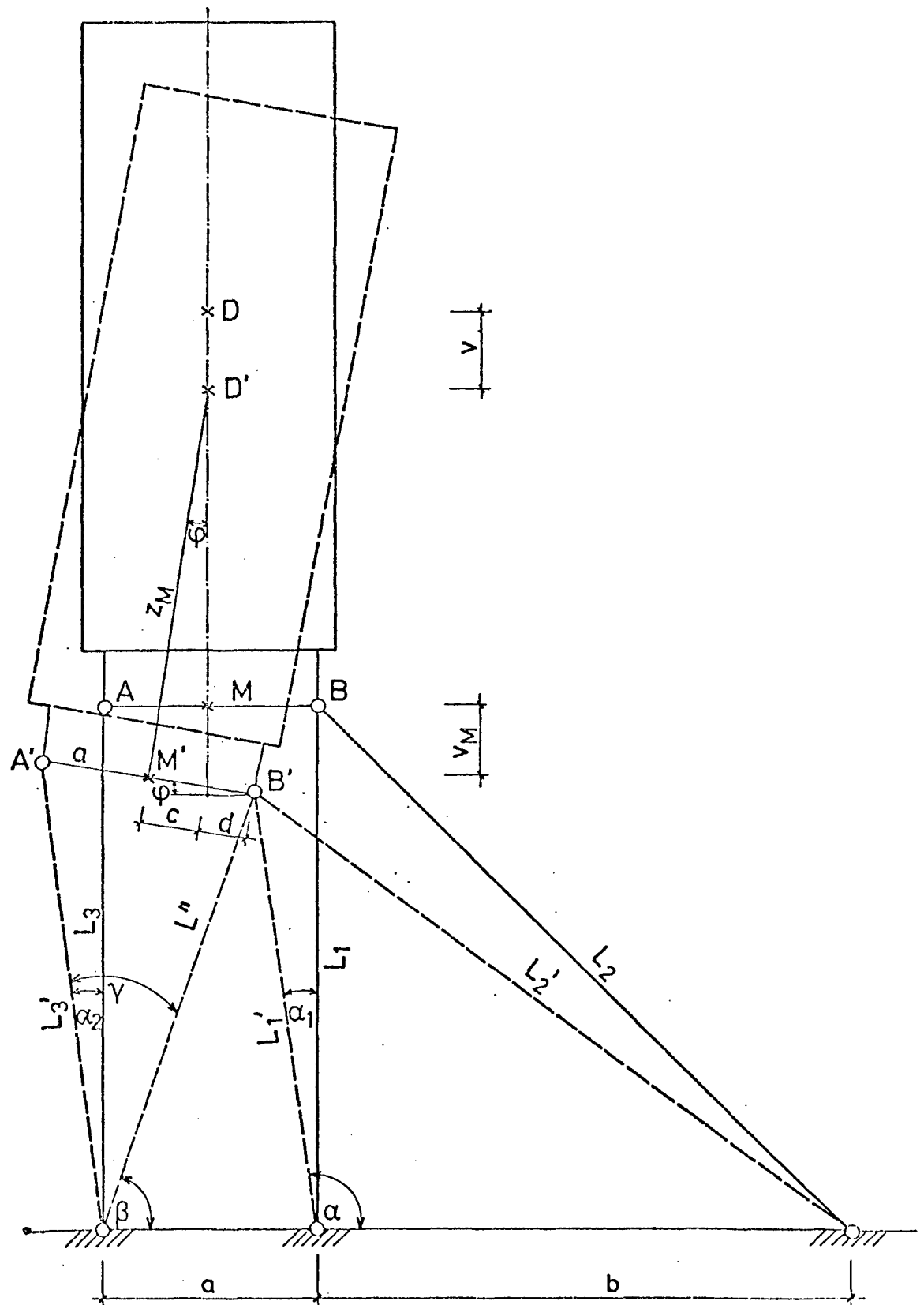
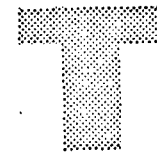
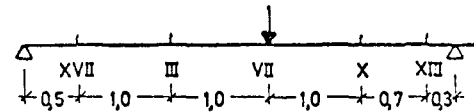


Bild 22a : BEZOGENE VERDREHUNG THETA DER VERSUCHSBALKEN
STQ1 - STQ 5



LEGENDE :

Versuchsbalken	M_{max}/T	Spannstärke
STQ 1	2,0	26,5
STQ 2	10,0	"
STQ 3	1,0	"
STQ 4	2,0	32,0
STQ 5	2,0	16,5

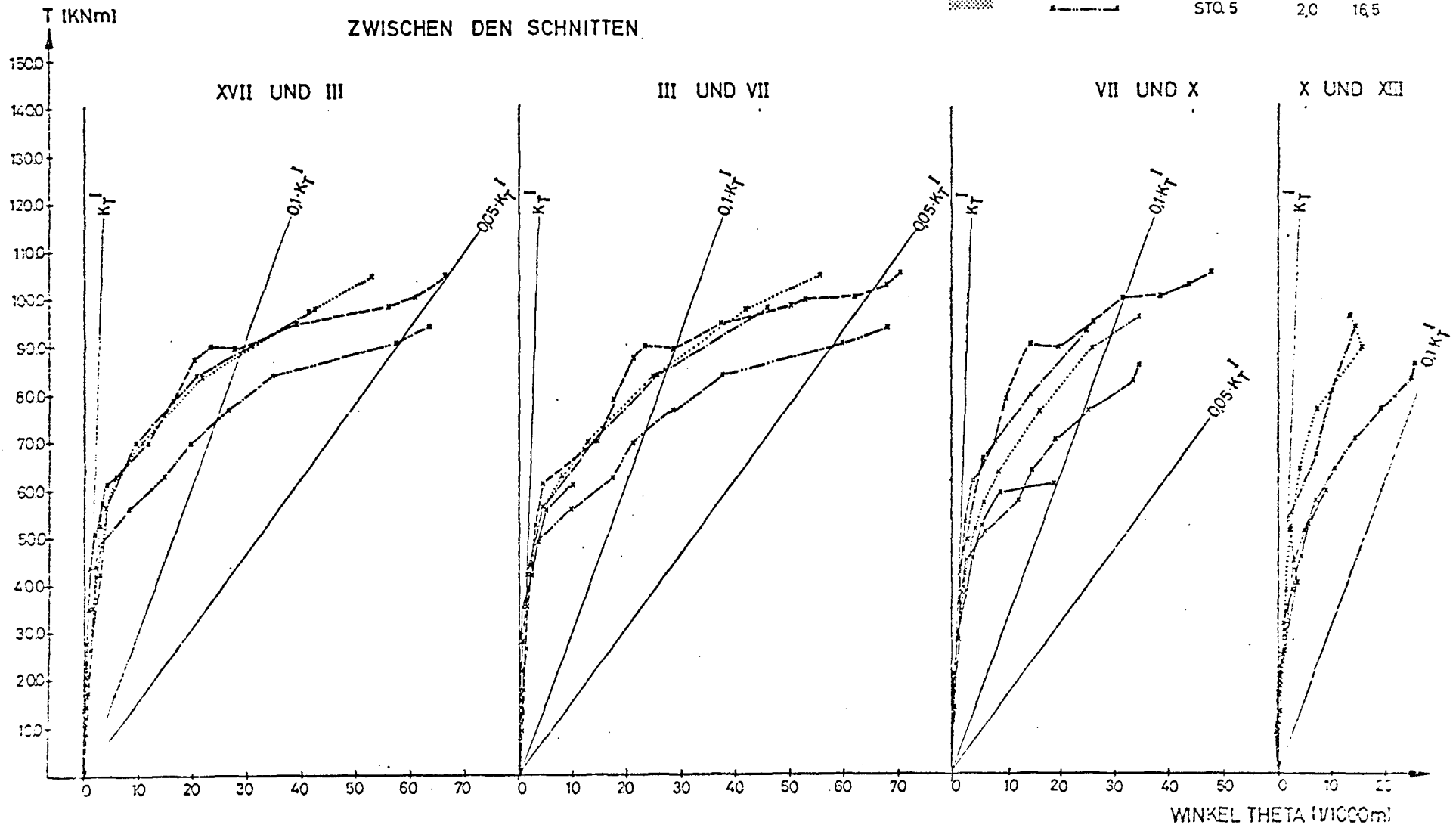


BILD 22b: BEZOGENE VERDREHUNG THETA DES
VERSUCHSBALKENS STQ 6

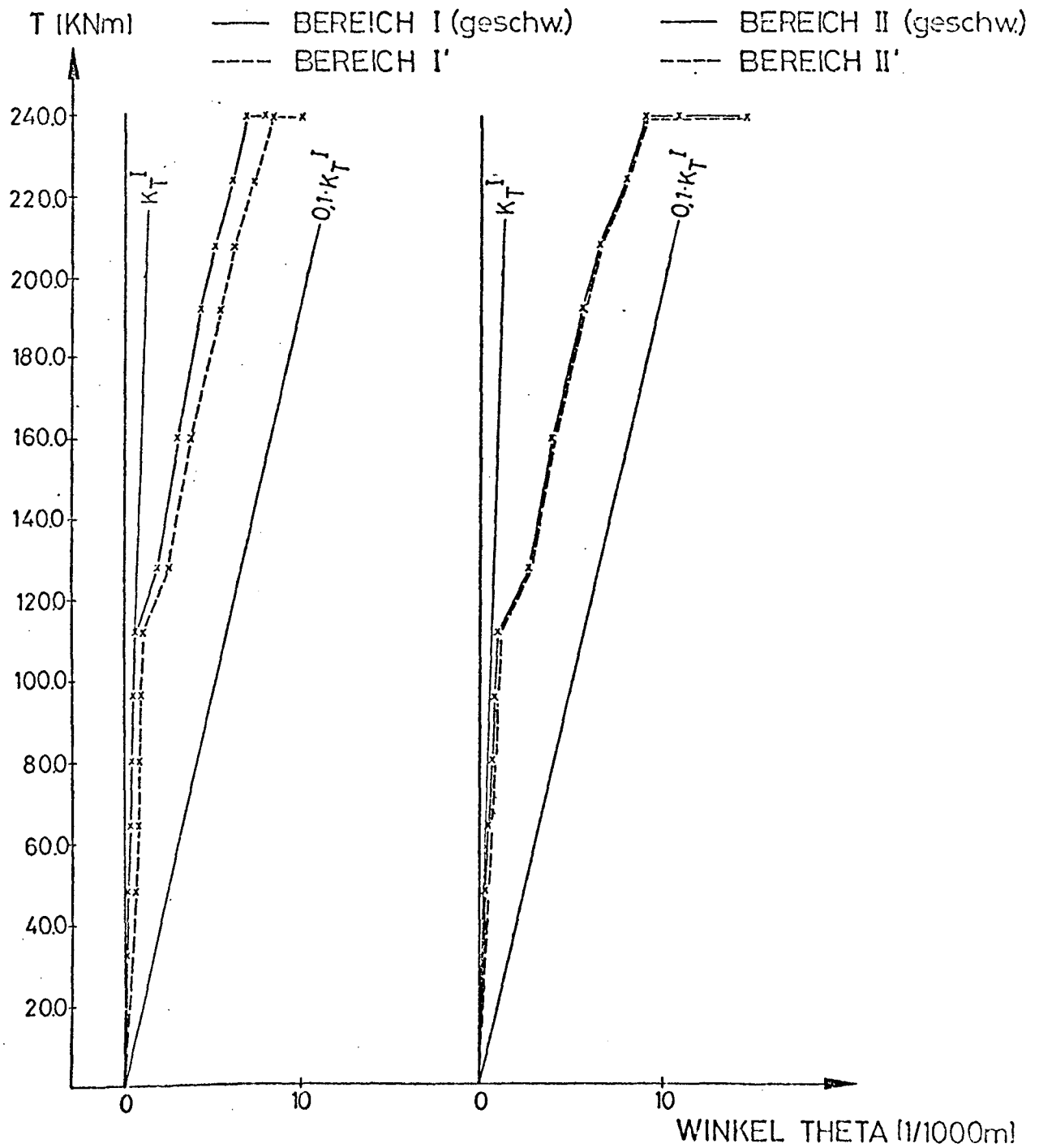
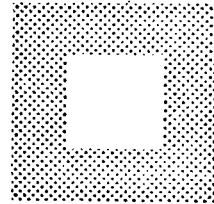
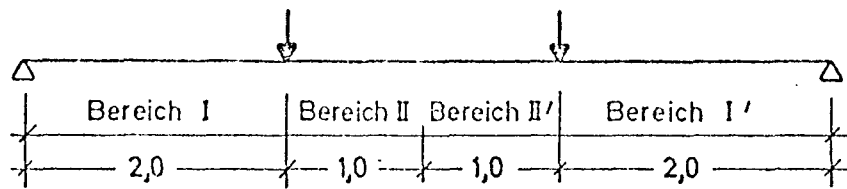
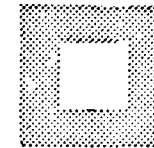
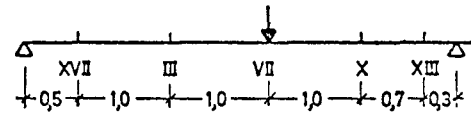


BILD 22c: BEZOGENE VERDREHUNG THETA DER VERSUCHSBALKEN
STQ. 7 UND STQ. 8



LEGENDE:

	M_{max}/T
— STQ. 7	20
- - - STQ. 8	40

ZWISCHEN DEN SCHNITTEN

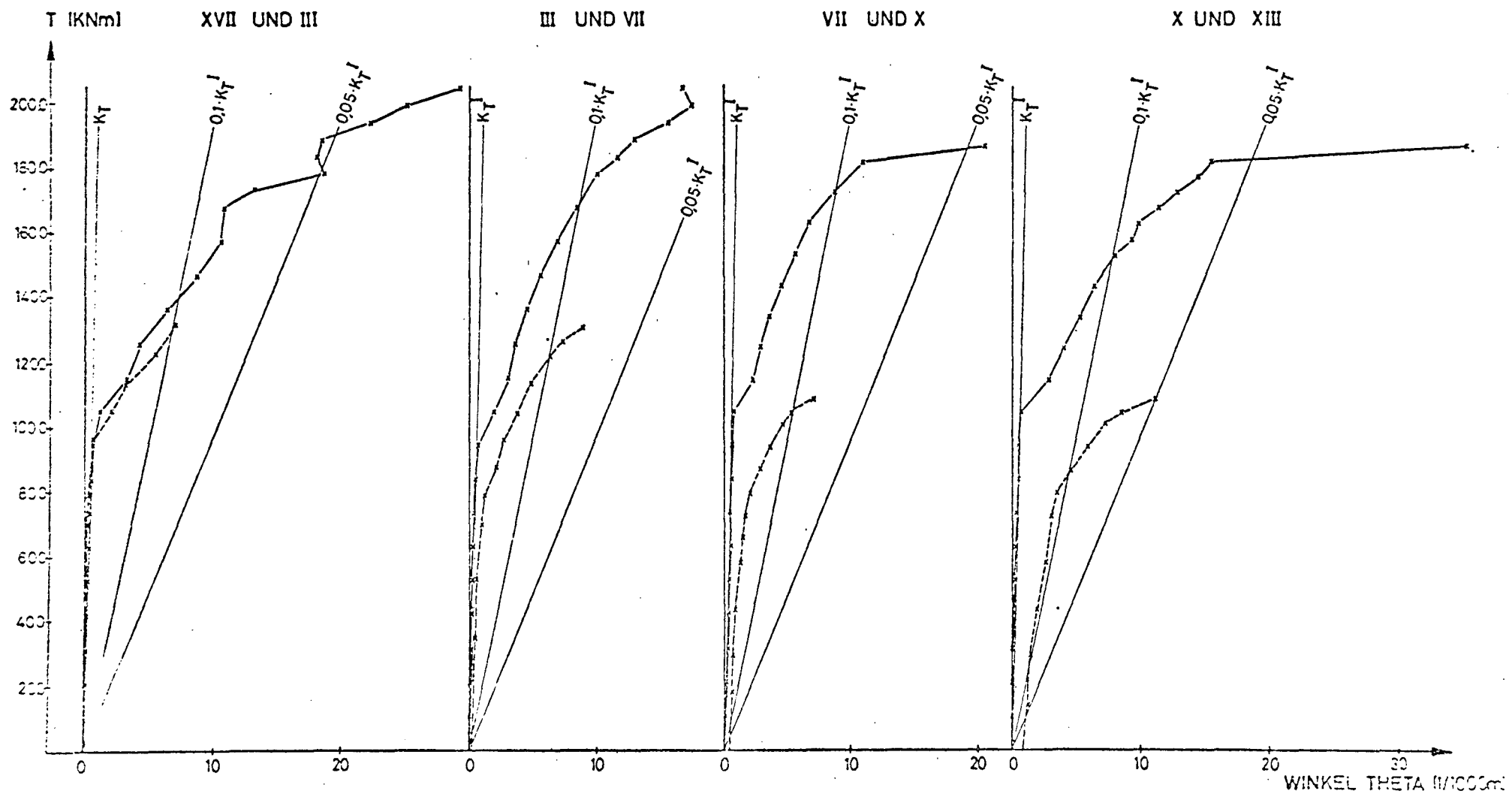


BILD 22d: BEZOGENE VERDREHUNG THETA DER VERSUCHSBALKEN
STQ 9 UND STQ 10

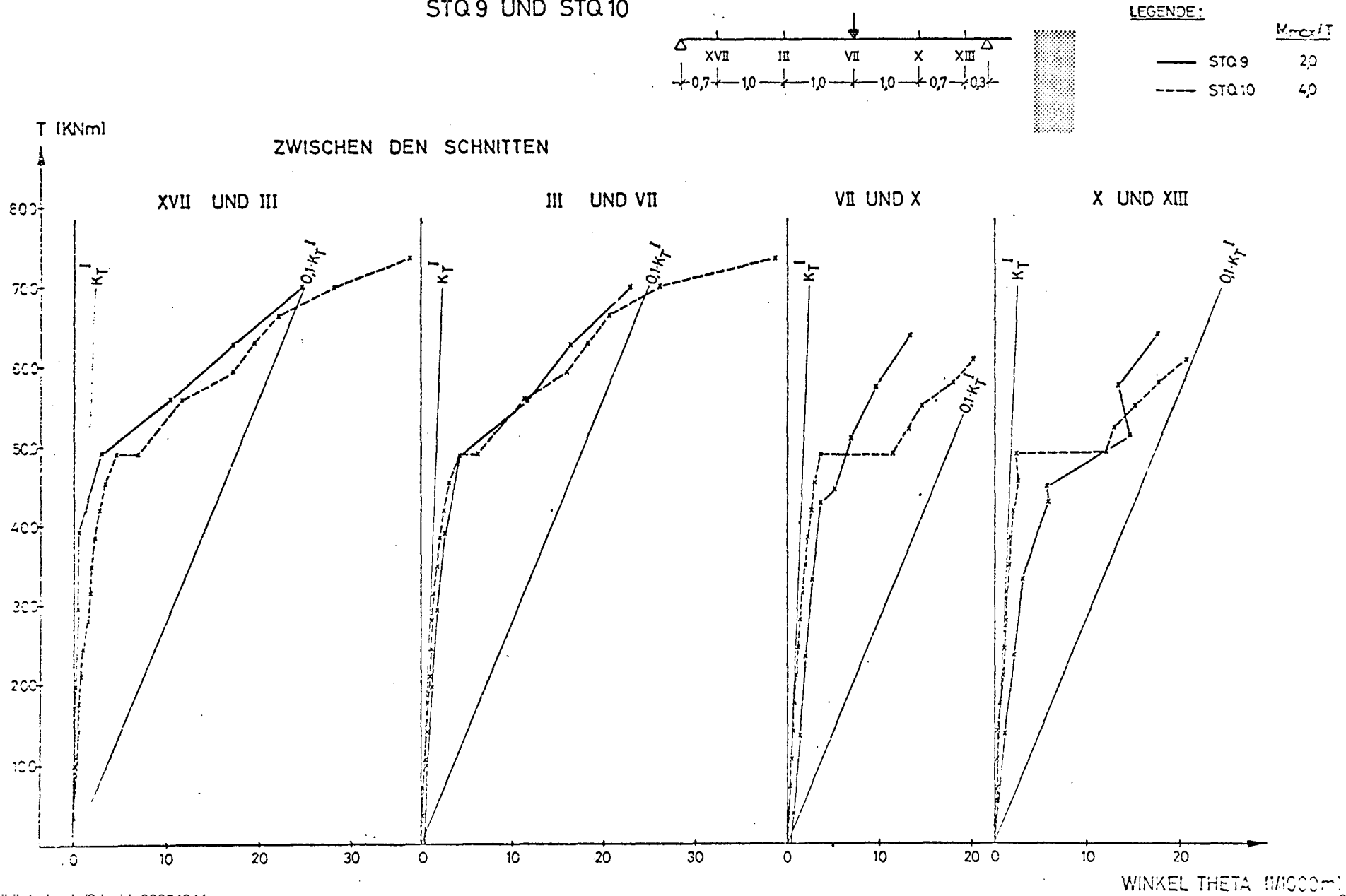


BILD 23a: BEZOGENE DURCHBIEGUNG V DER VERSUCHSBALKEN STQ1-STQ5

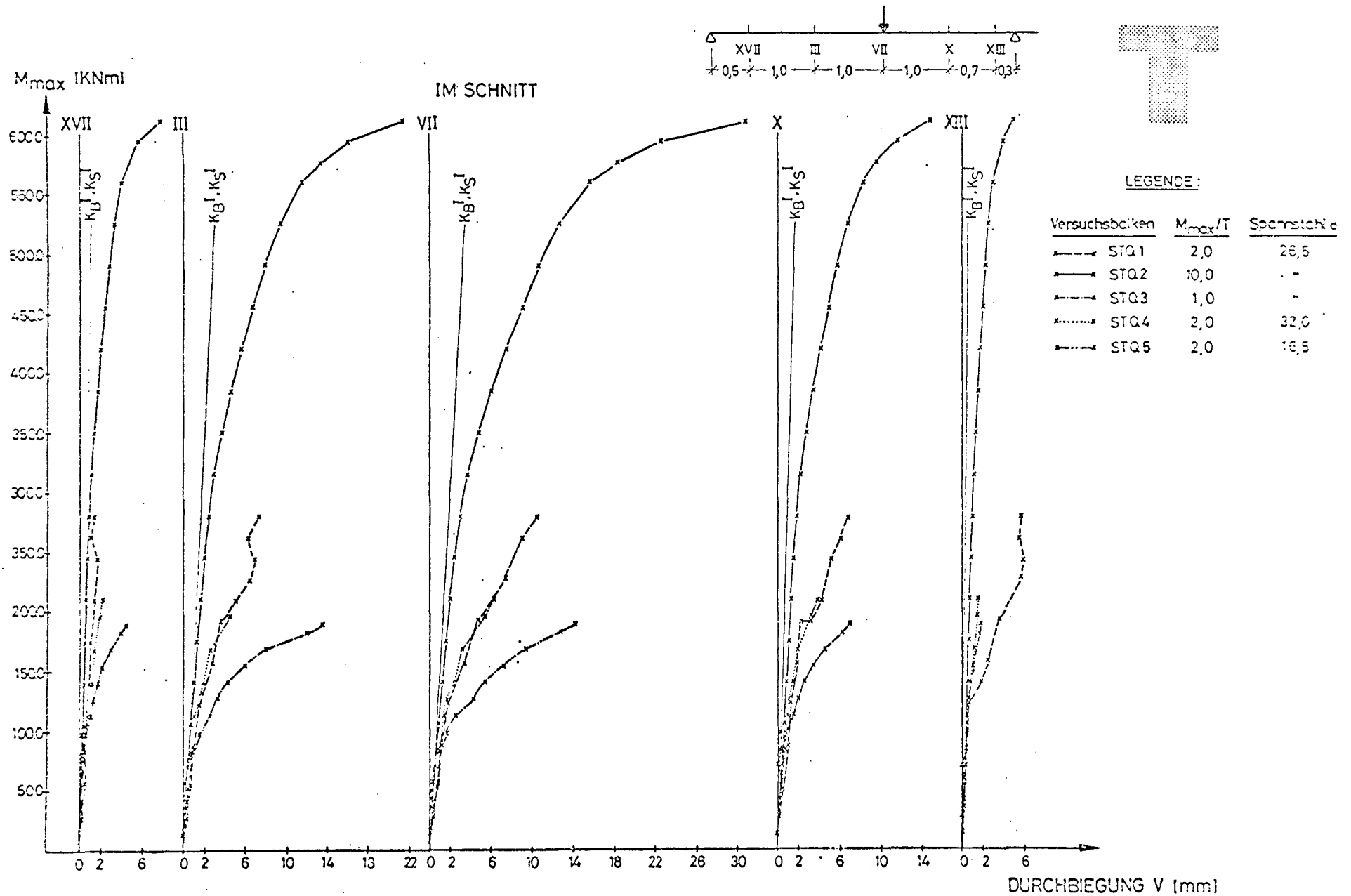


BILD 23b: BEZOGENE DURCHBIEGUNG V DES VERSUCHSBALKENS STQ 6

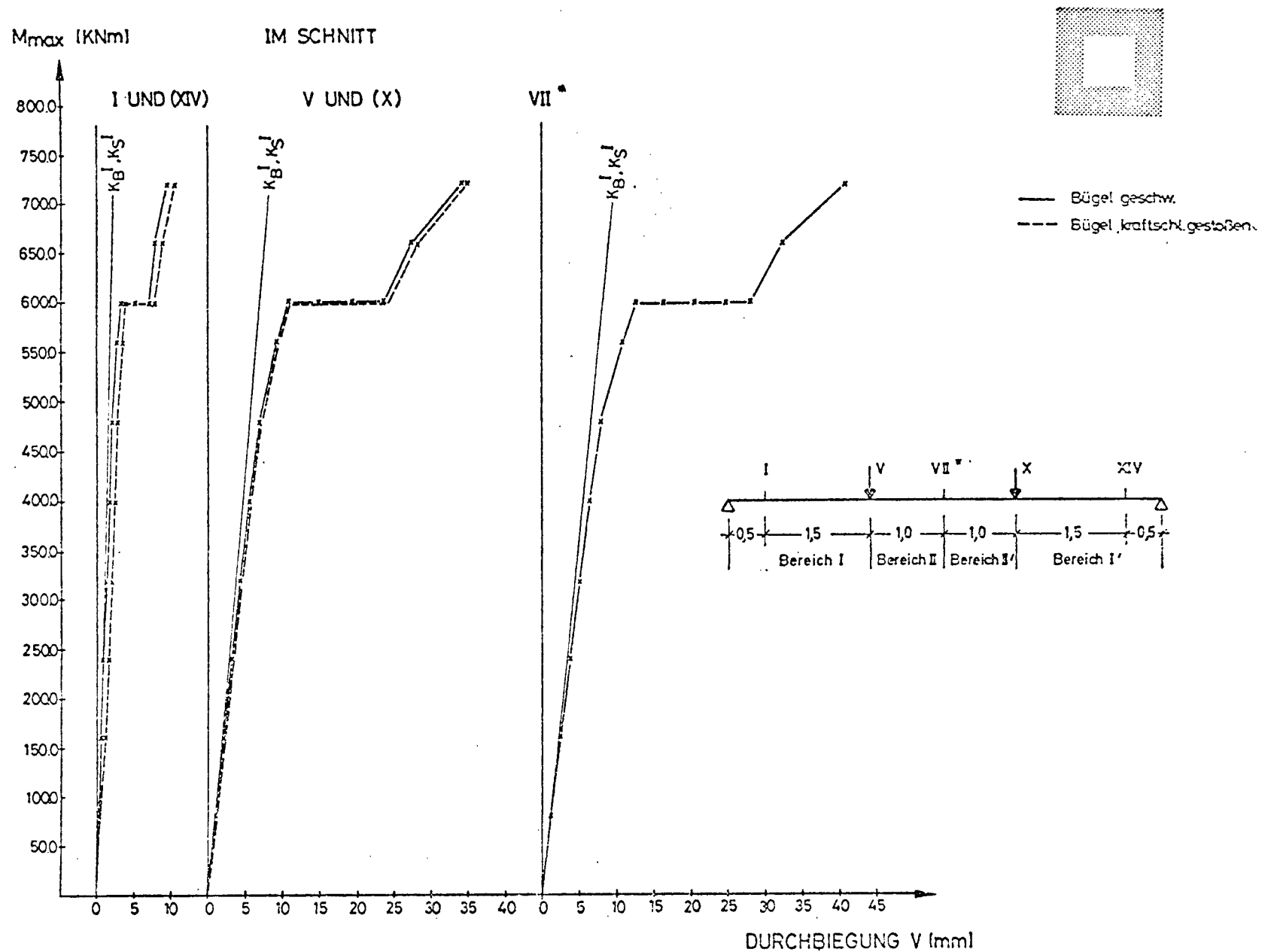


BILD23c: BEZOGENE DURCHBIEGUNG V DER VERSUCHSBALKEN STQ 7 UND STQ 8

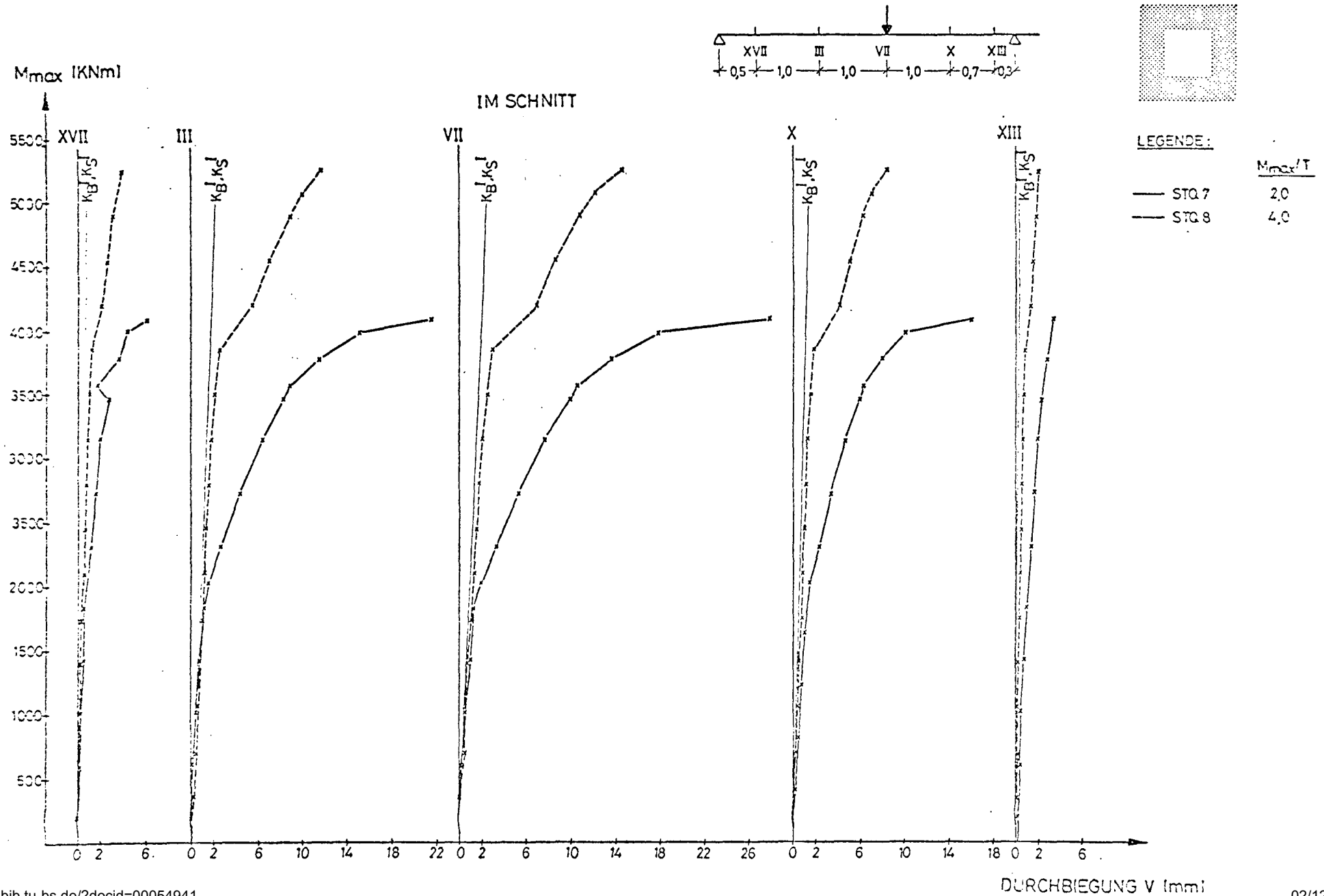


BILD 23d: BEZOGENE DURCHBIEGUNG V DER VERSUCHSBALKEN STQ 9 UND STQ 10

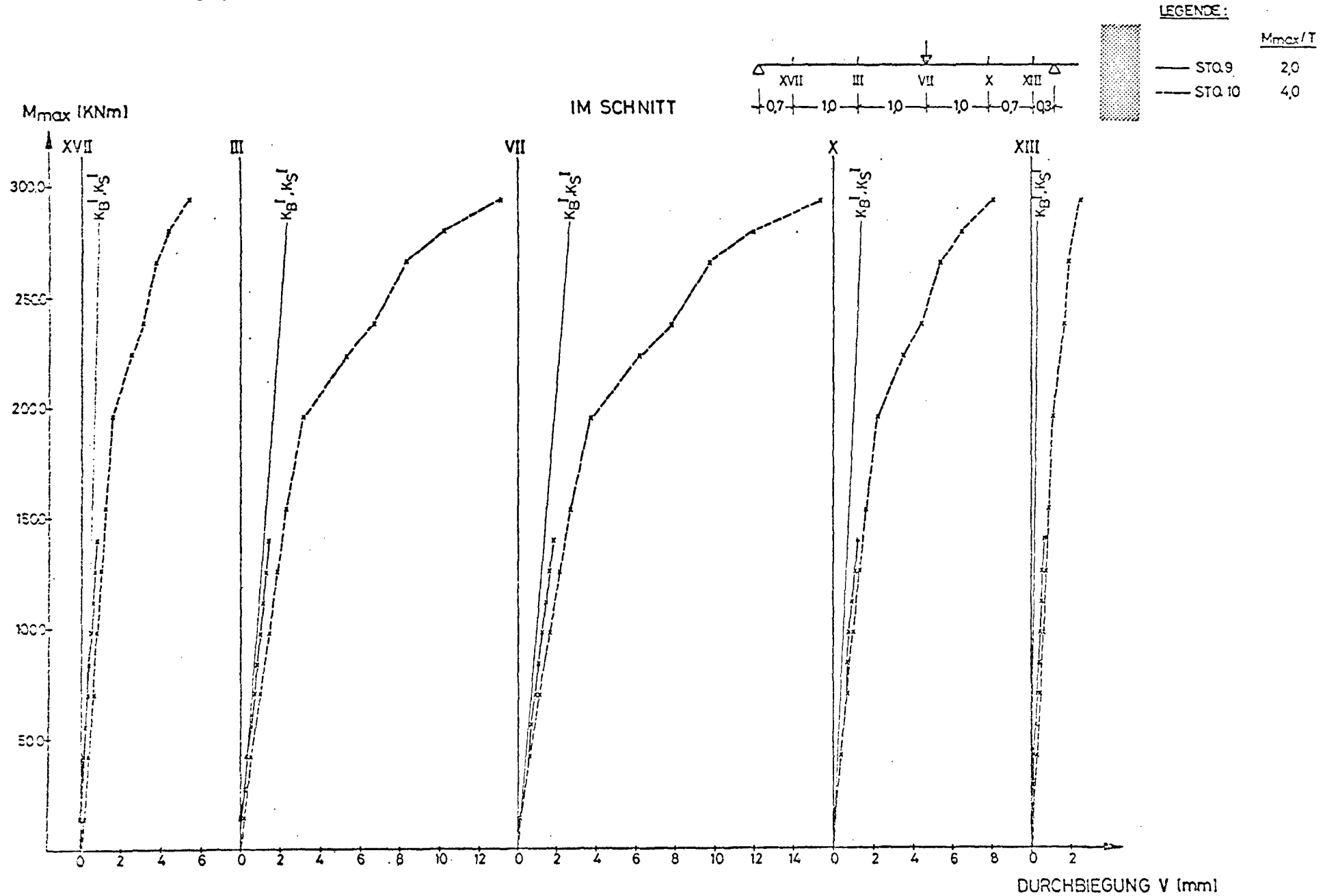
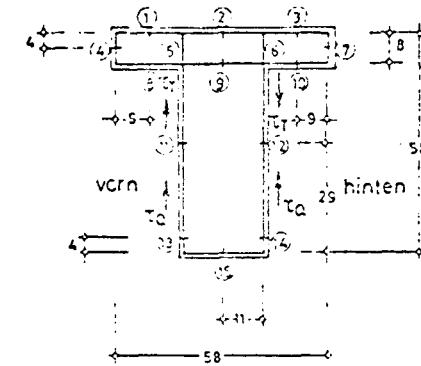
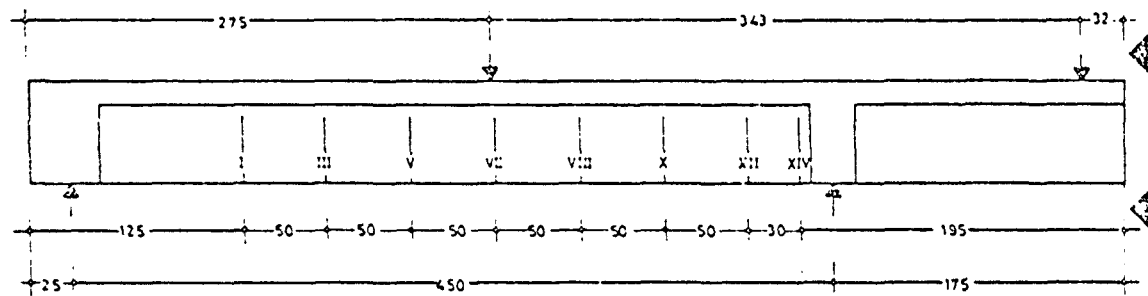


Bild 24: Bügeldehnungen des Balkens STQ 1

Schnitt I



Meßquerschnitt:

Meßstellen für
Bügel

$M_{max} / T = 2,0$

Spannstahl: $\sigma 28,5 \text{ mm}$

St 35/10

MESSSTELLENNUMMER

9

10

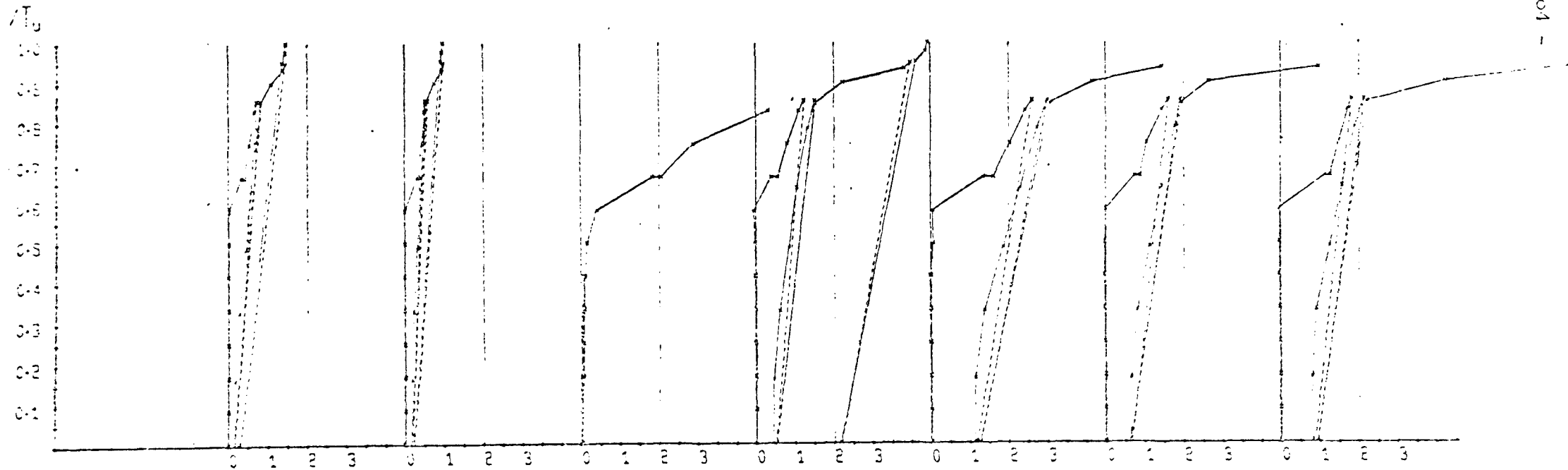
11

12

13

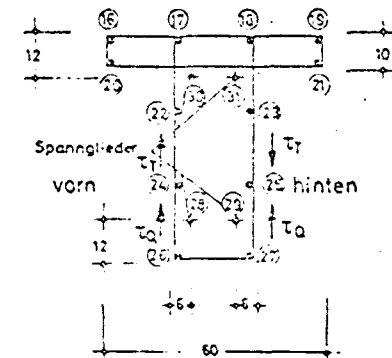
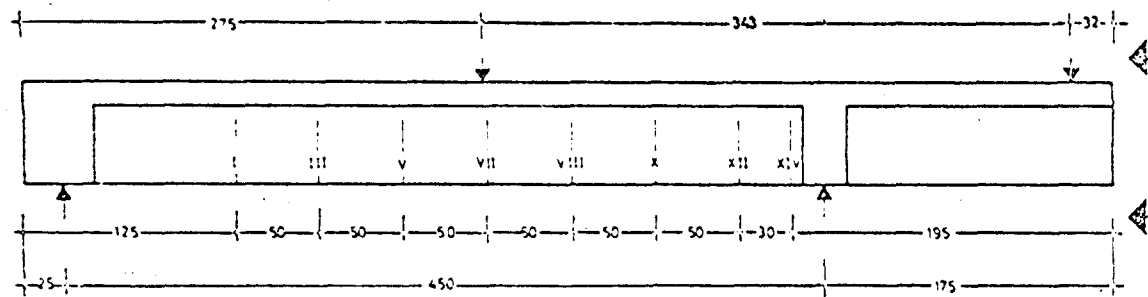
14

15



$\xi(\infty)$

Schnitt I



Meßquerschnitt:

Meßstellen für
Langbewehrung
einschl. Spannglieder

$$M_{max} / T = 2.0$$

Spannstahl : ø 26,5 mm
St 25 / 105

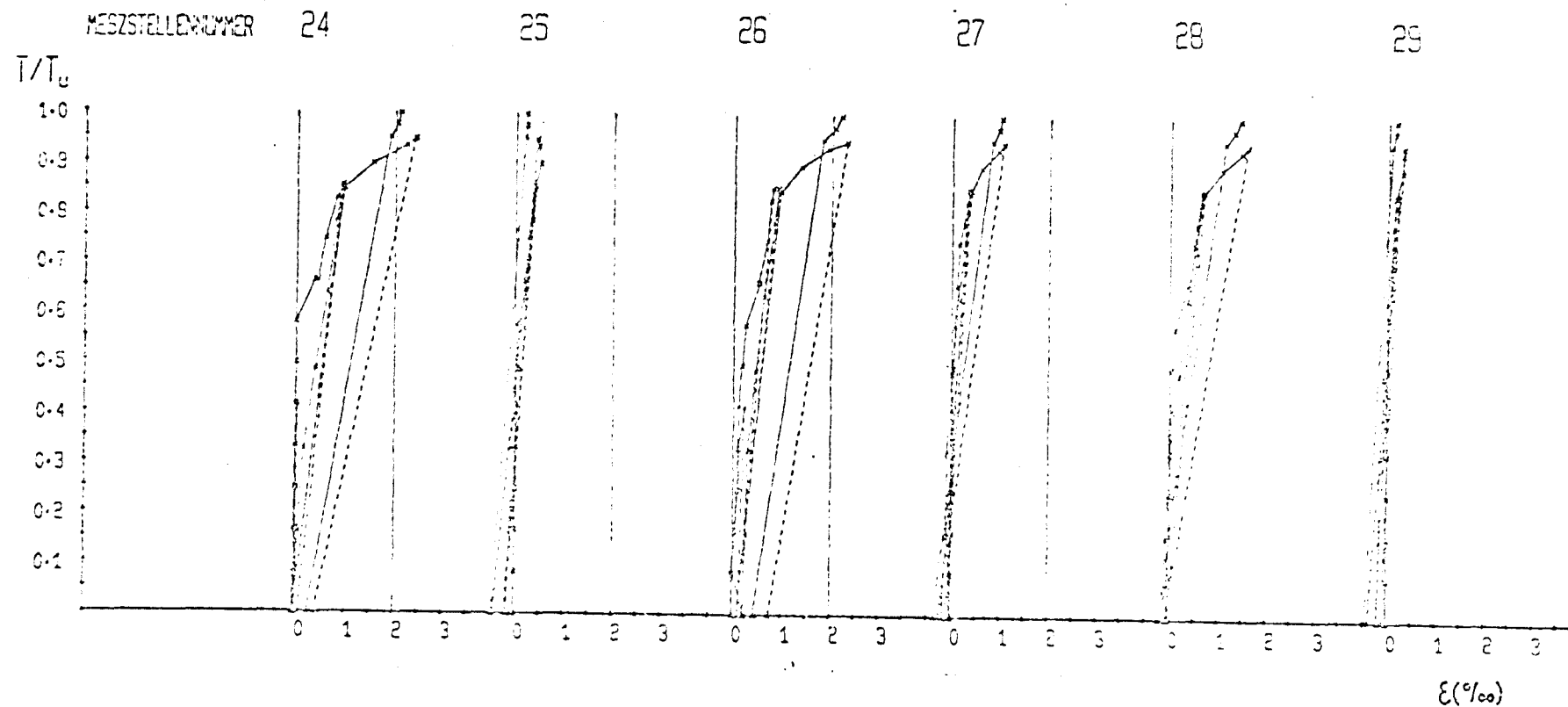
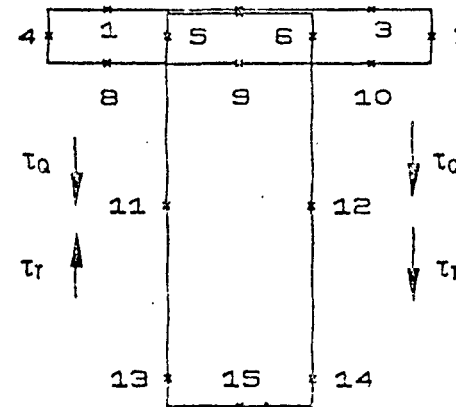
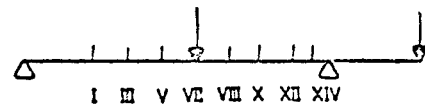
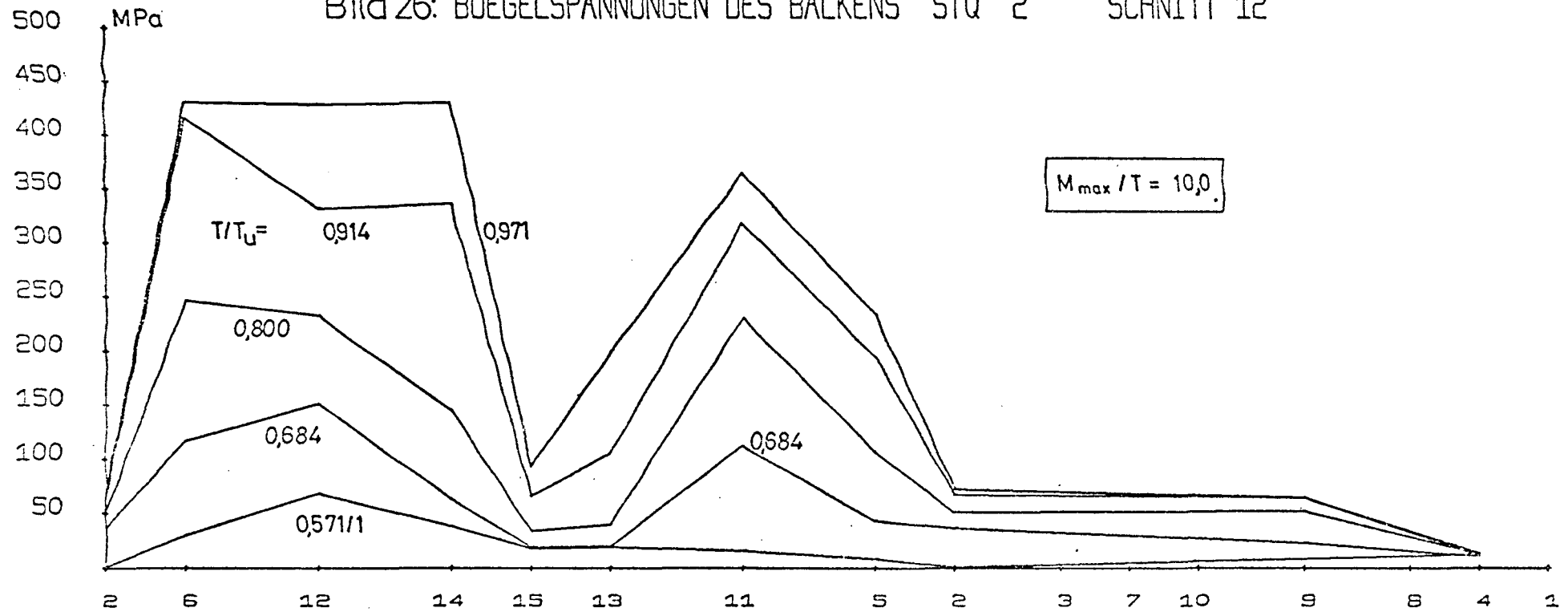


Bild 26: BUEGELSPANNUNGEN DES BALKENS STQ 2 SCHNITT 12



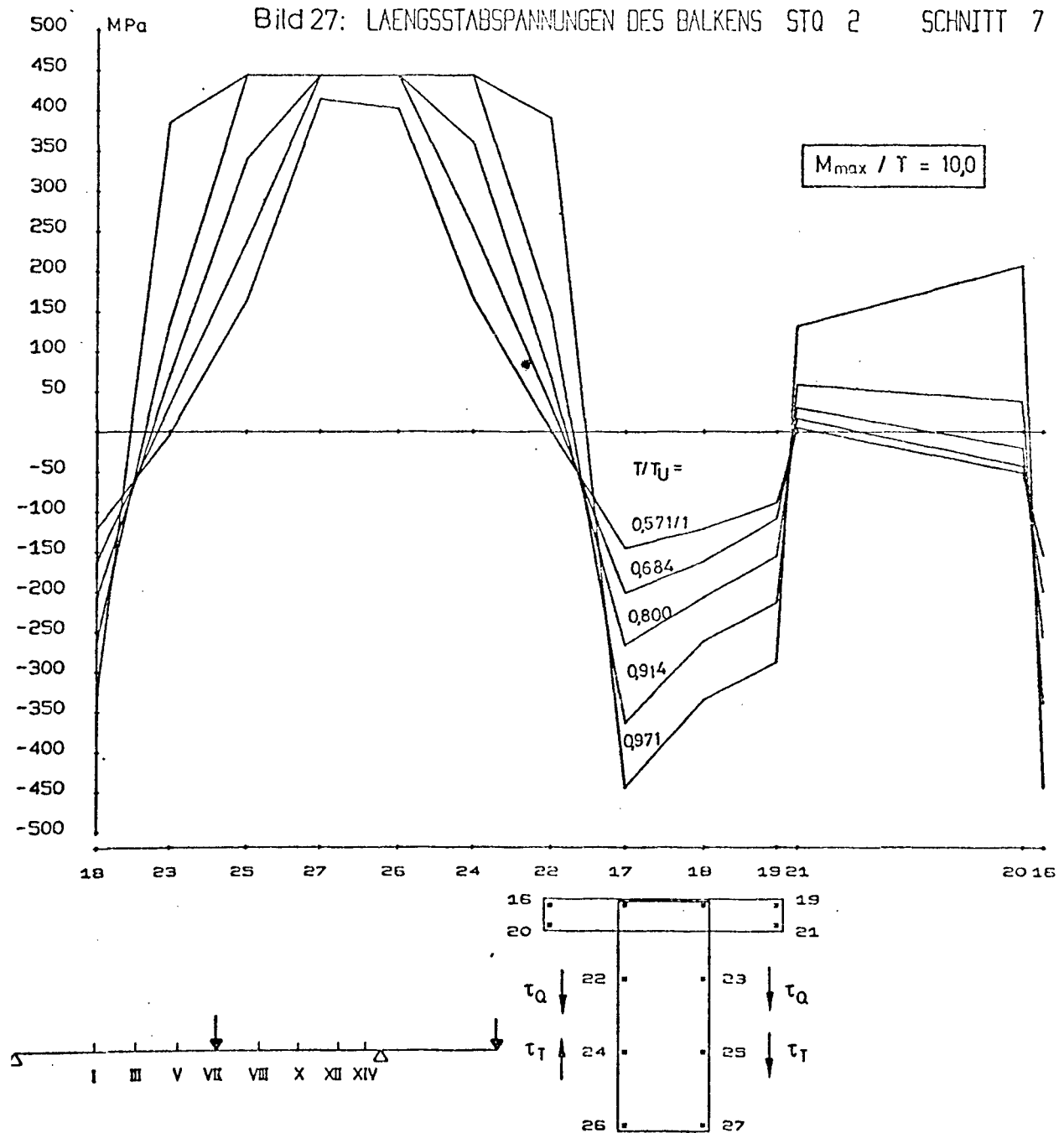
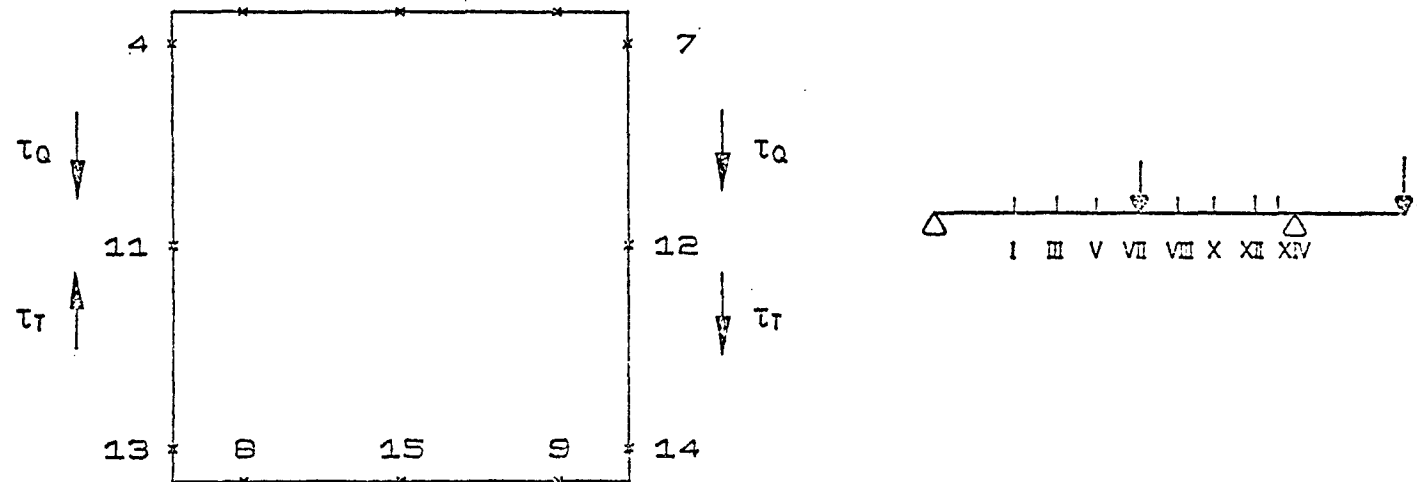
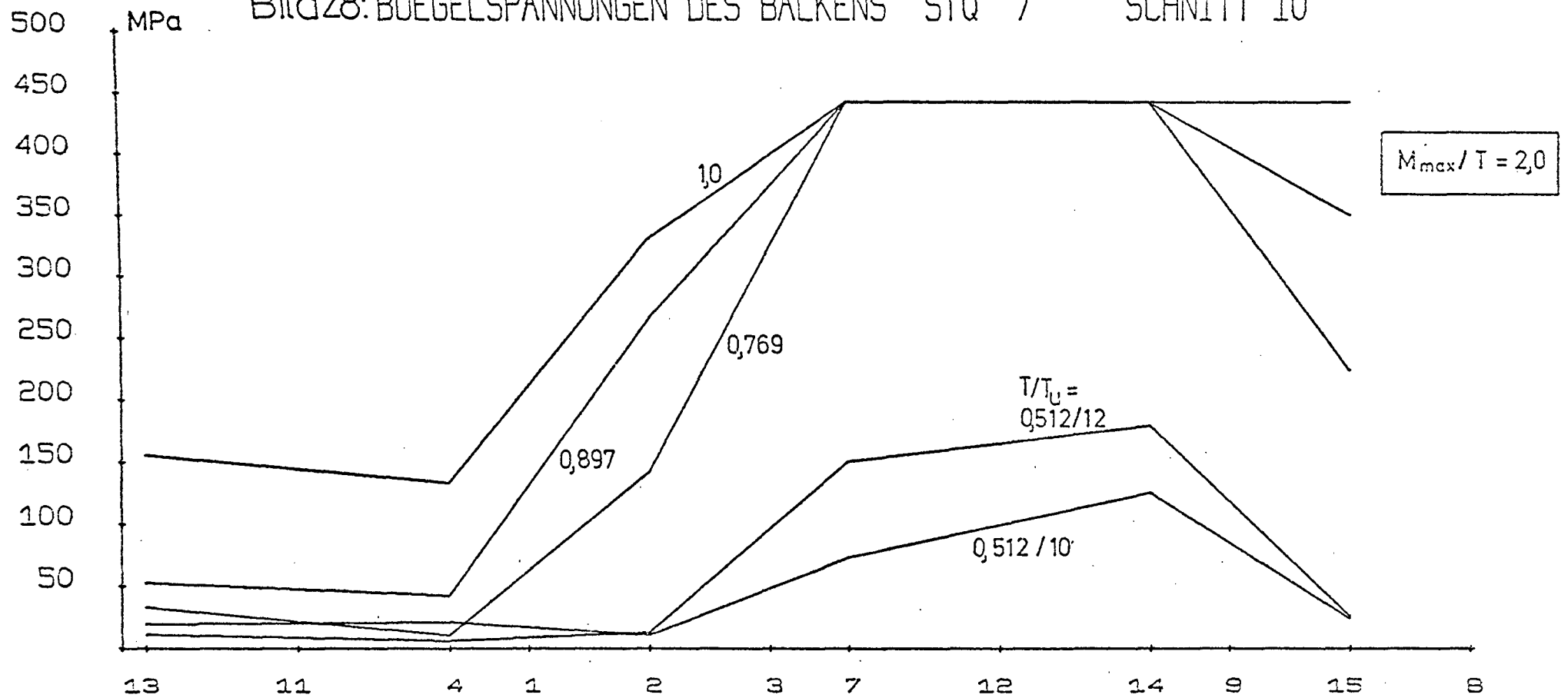


Bild 28: BUEGELSPANNUNGEN DES BALKENS STQ 7 SCHNITT 10



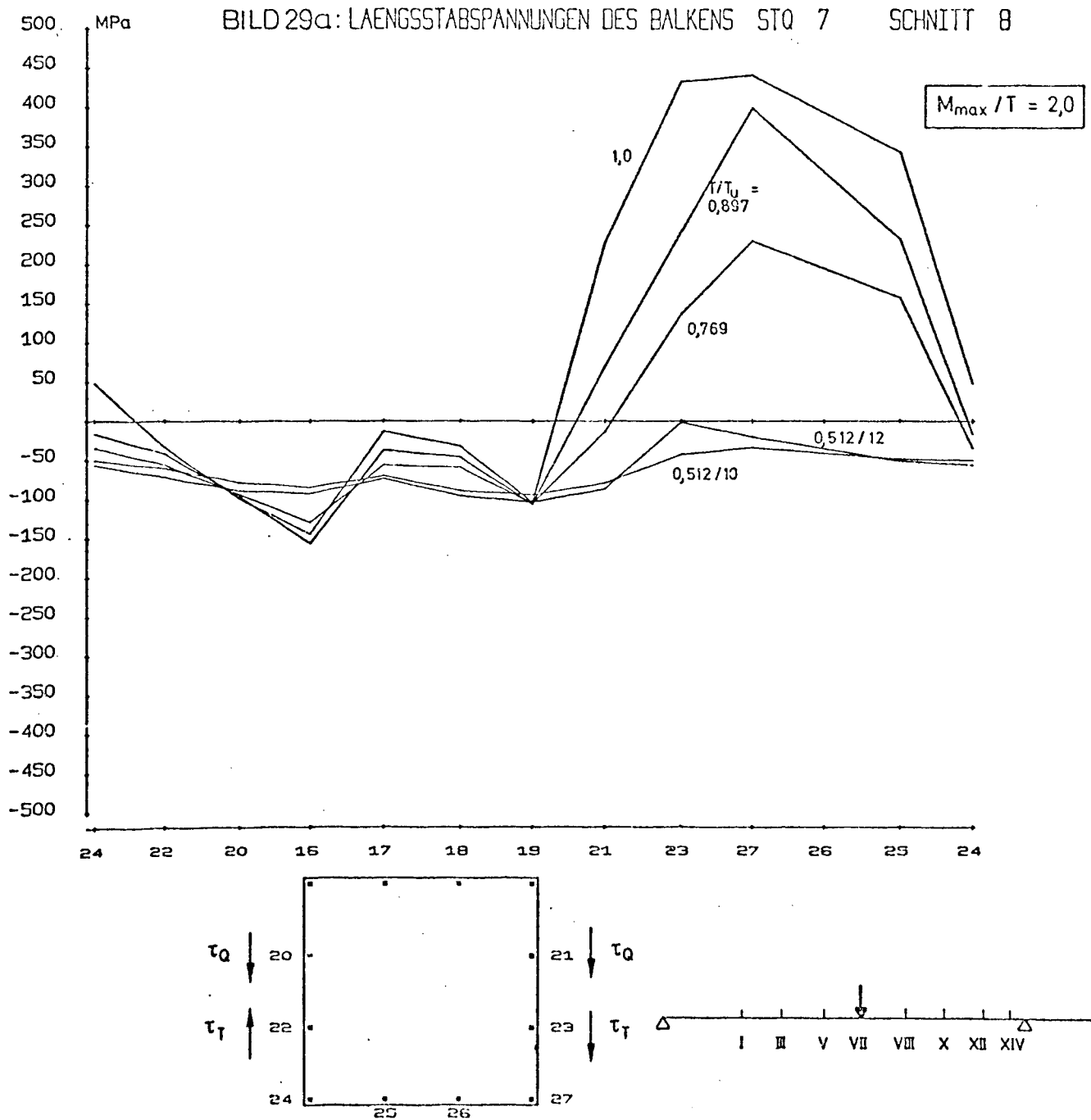
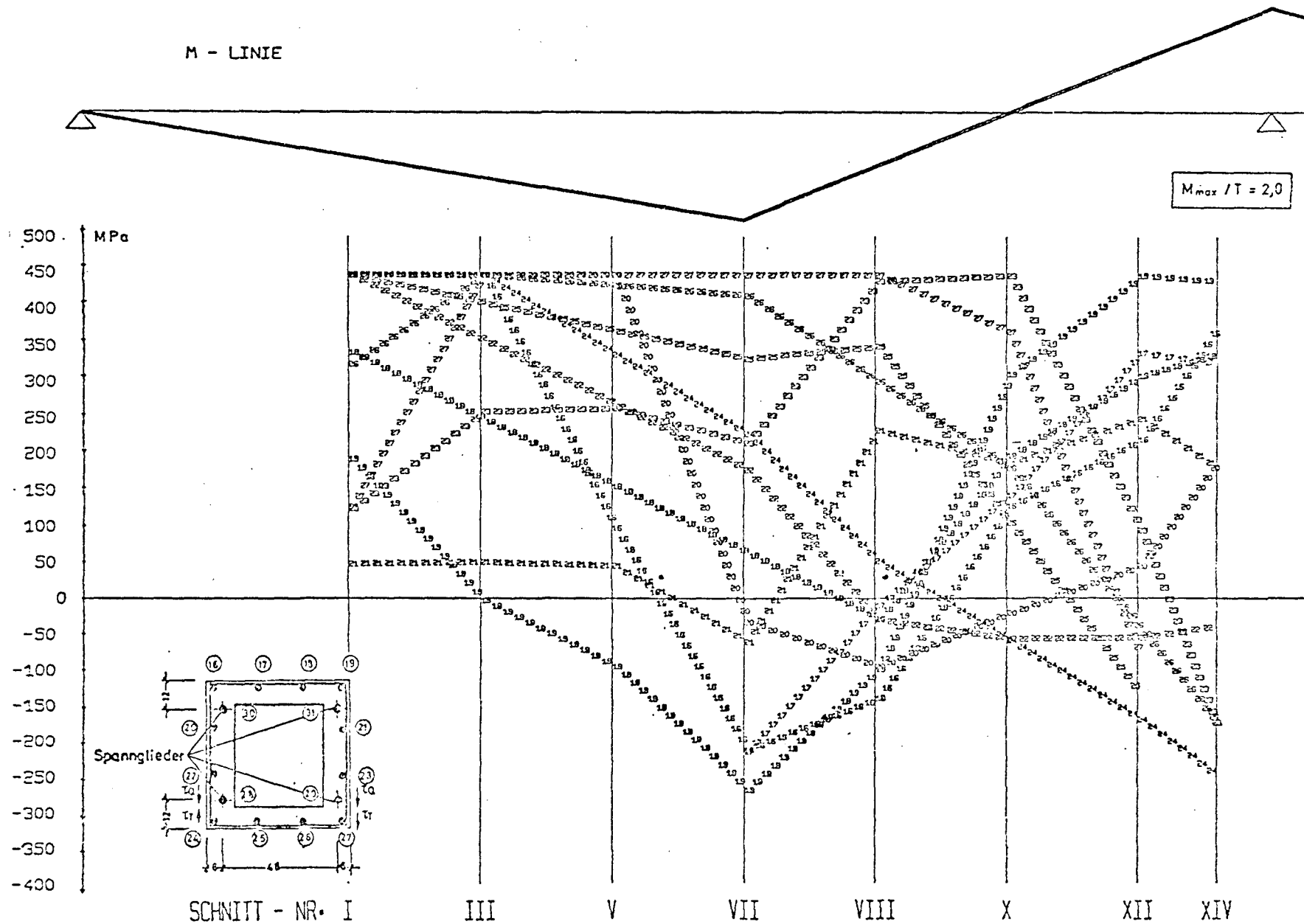


Bild 29b : STQ 7 SPANNUNGEN DER LAENGSSSTAEBE BELASTUNGSGRAD $T/T_u = 1.000$



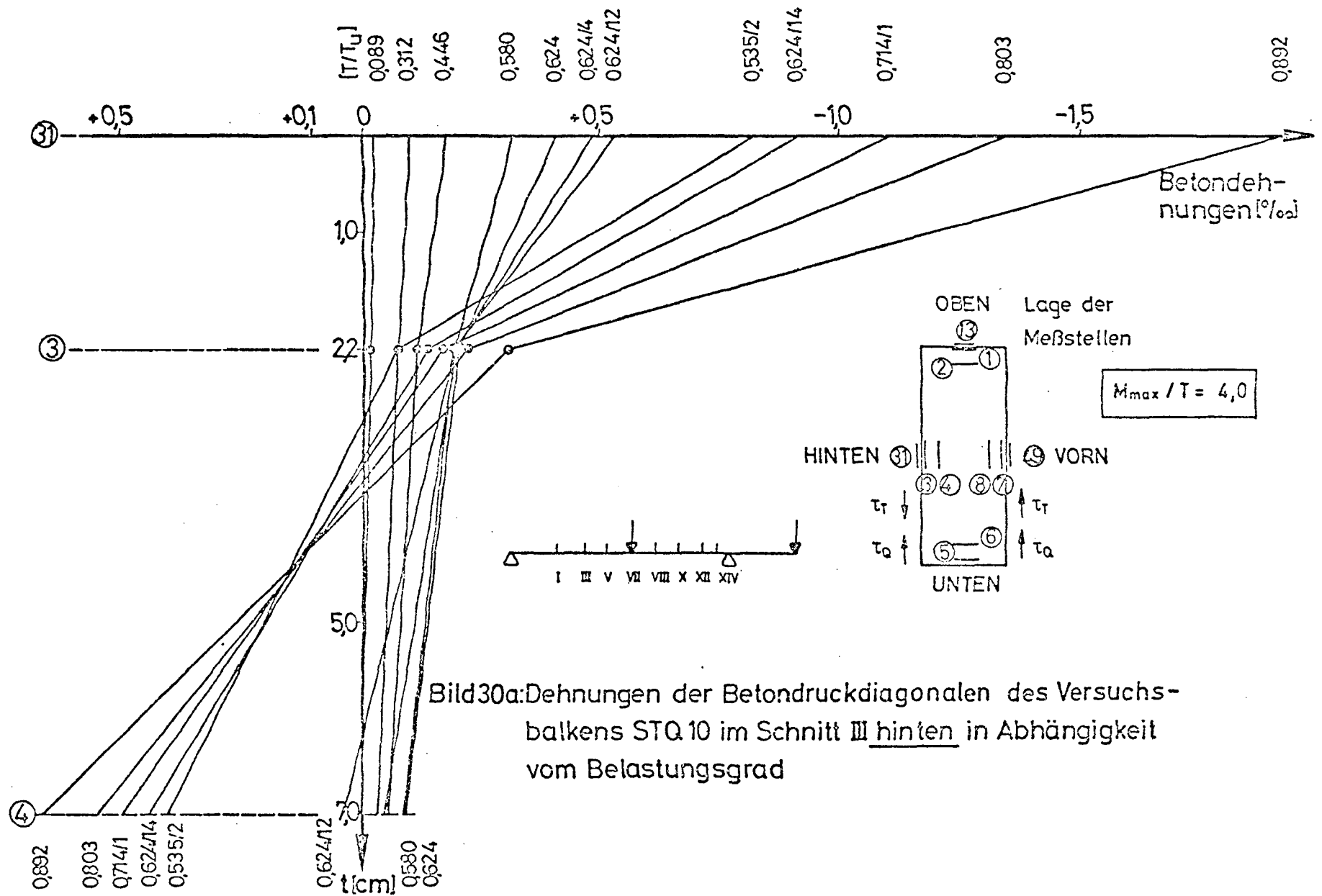


Bild30a: Dehnungen der Betondruckdiagonalen des Versuchsbalkens STQ 10 im Schnitt III hinten in Abhängigkeit vom Belastungsgrad

$$M_{\max} / T = 4,0$$

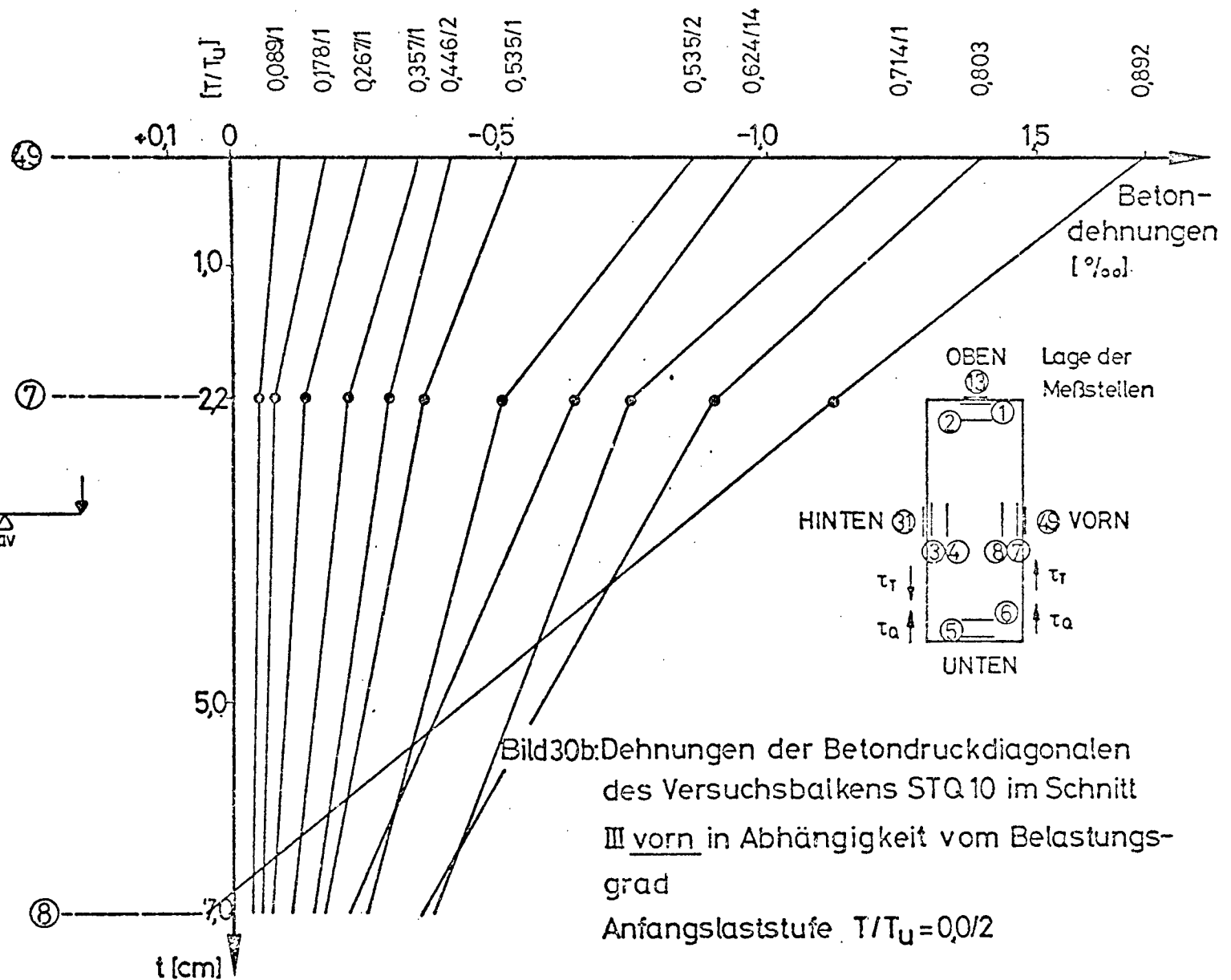
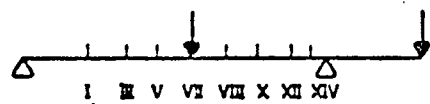


Bild30b: Dehnungen der Betondruckdiagonalen
des Versuchsbalkens STQ 10 im Schnitt
III vorn in Abhängigkeit vom Belastungs-
grad
Anfangslaststufe $T/T_u = 0,0/2$

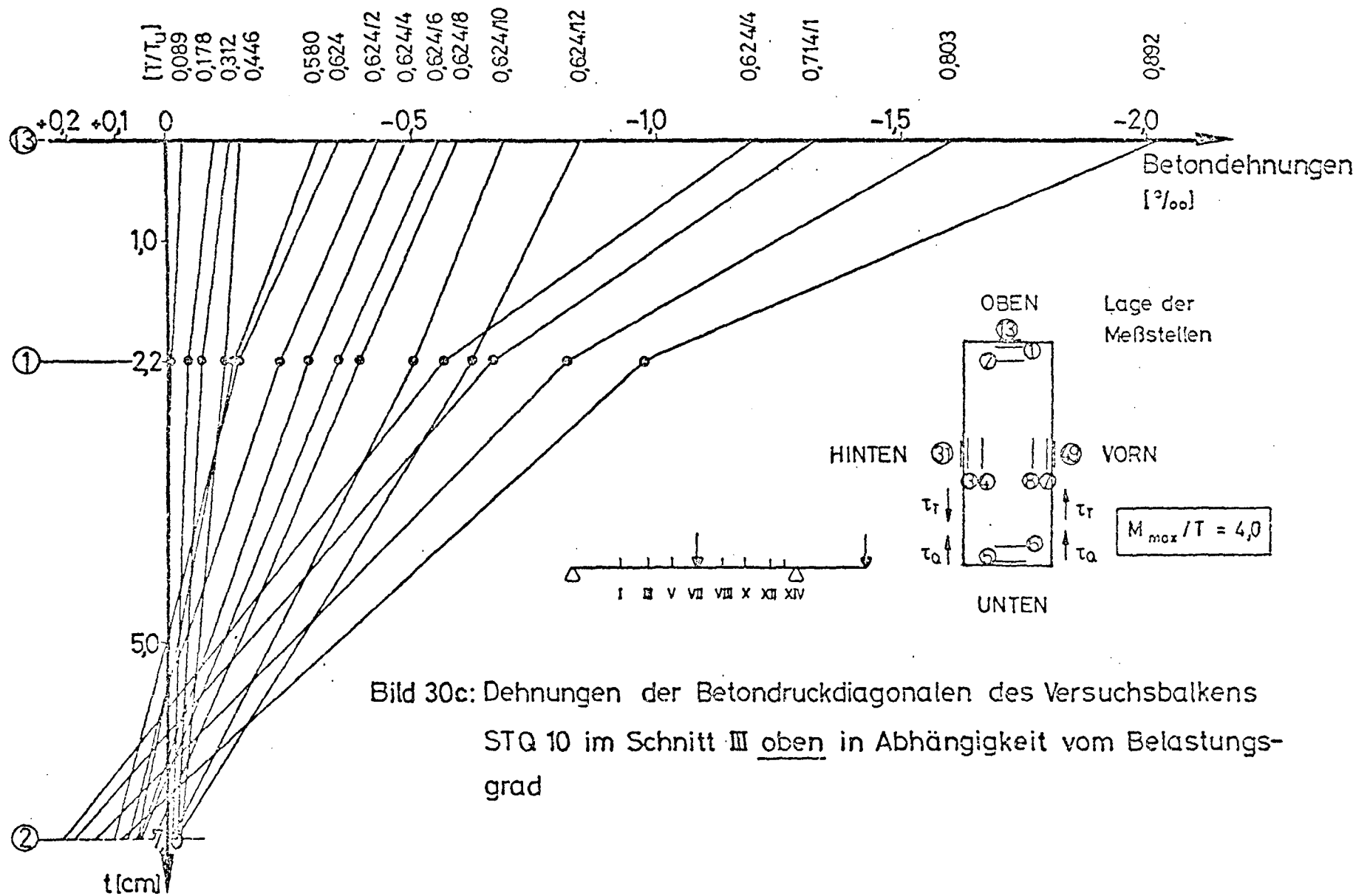


Bild 30c: Dehnungen der Betondruckdiagonalen des Versuchsbalkens STQ 10 im Schnitt III oben in Abhängigkeit vom Belastungsgrad

BILD 31: TORSIONSSTEIFIGKEIT DES STQ5 IN ABHÄNGIGKEIT VOM BELASTUNGSGRAD

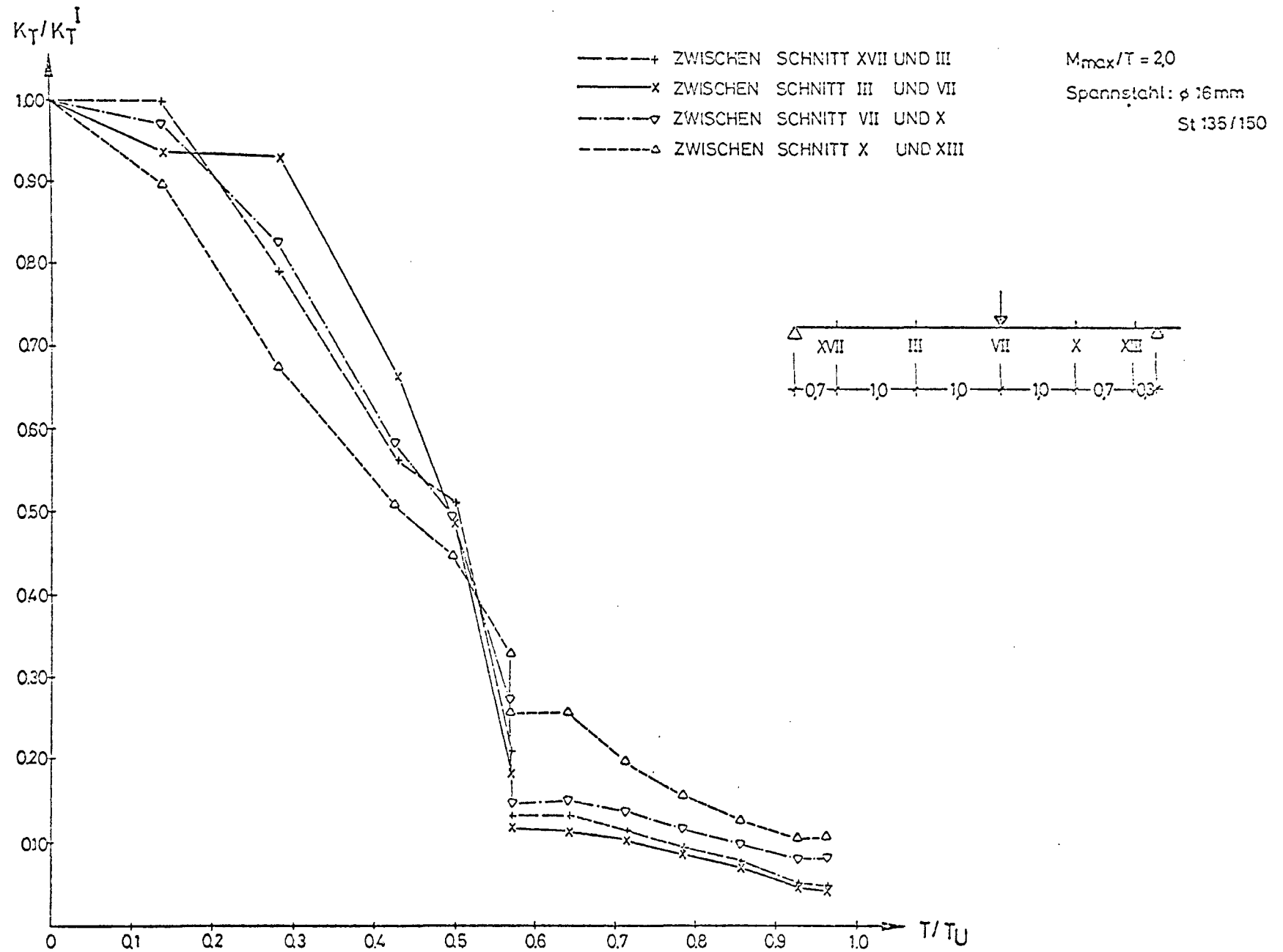
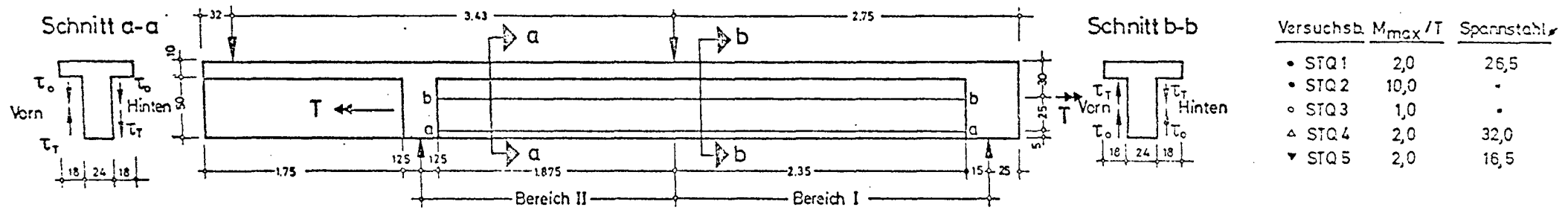
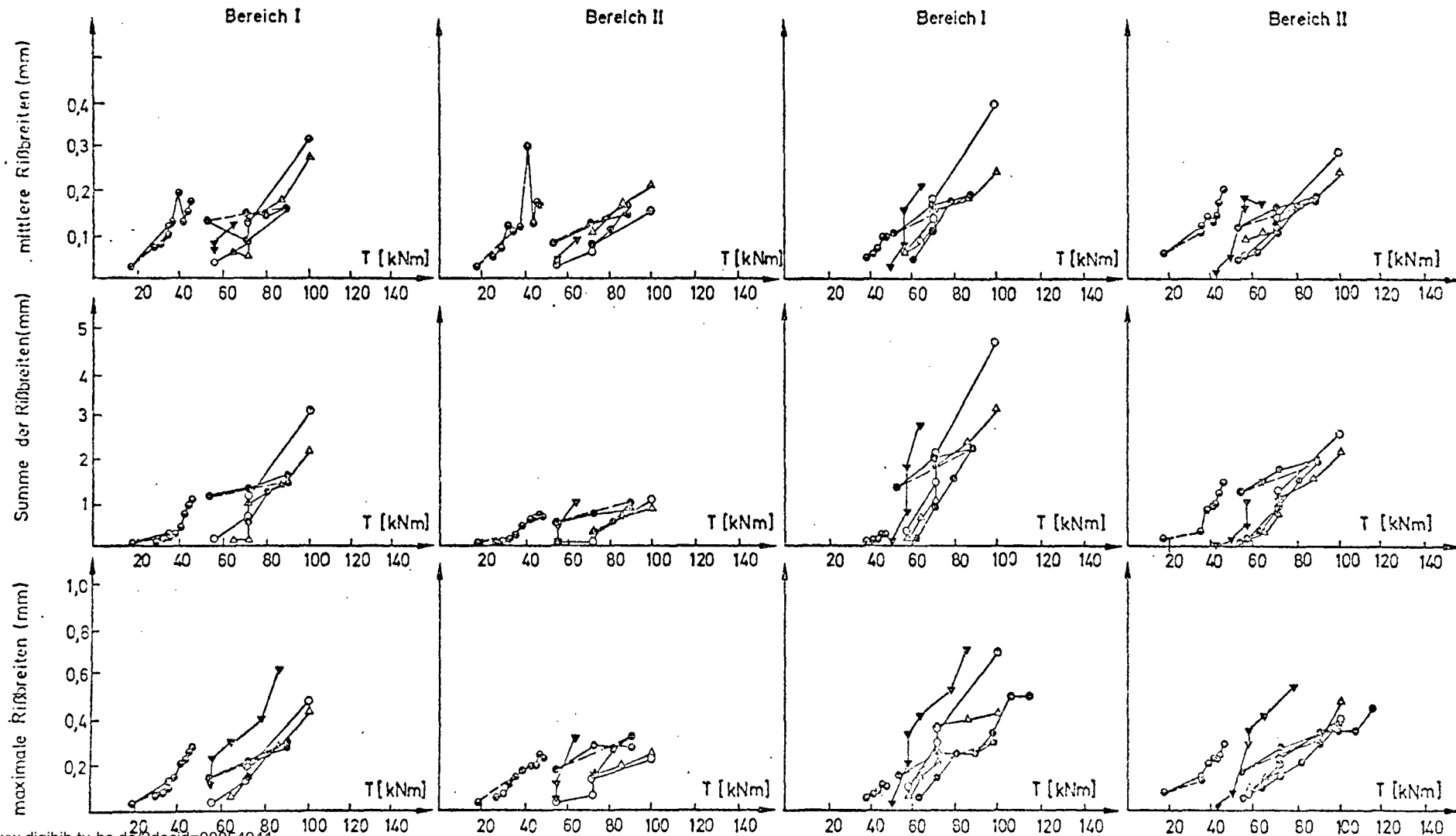


Bild 32a: Gemessene Rißbreiten der Versuchsbalken STQ1 - STQ 5 an der Hinterseite



Meßlinie a

Meßlinie b



116

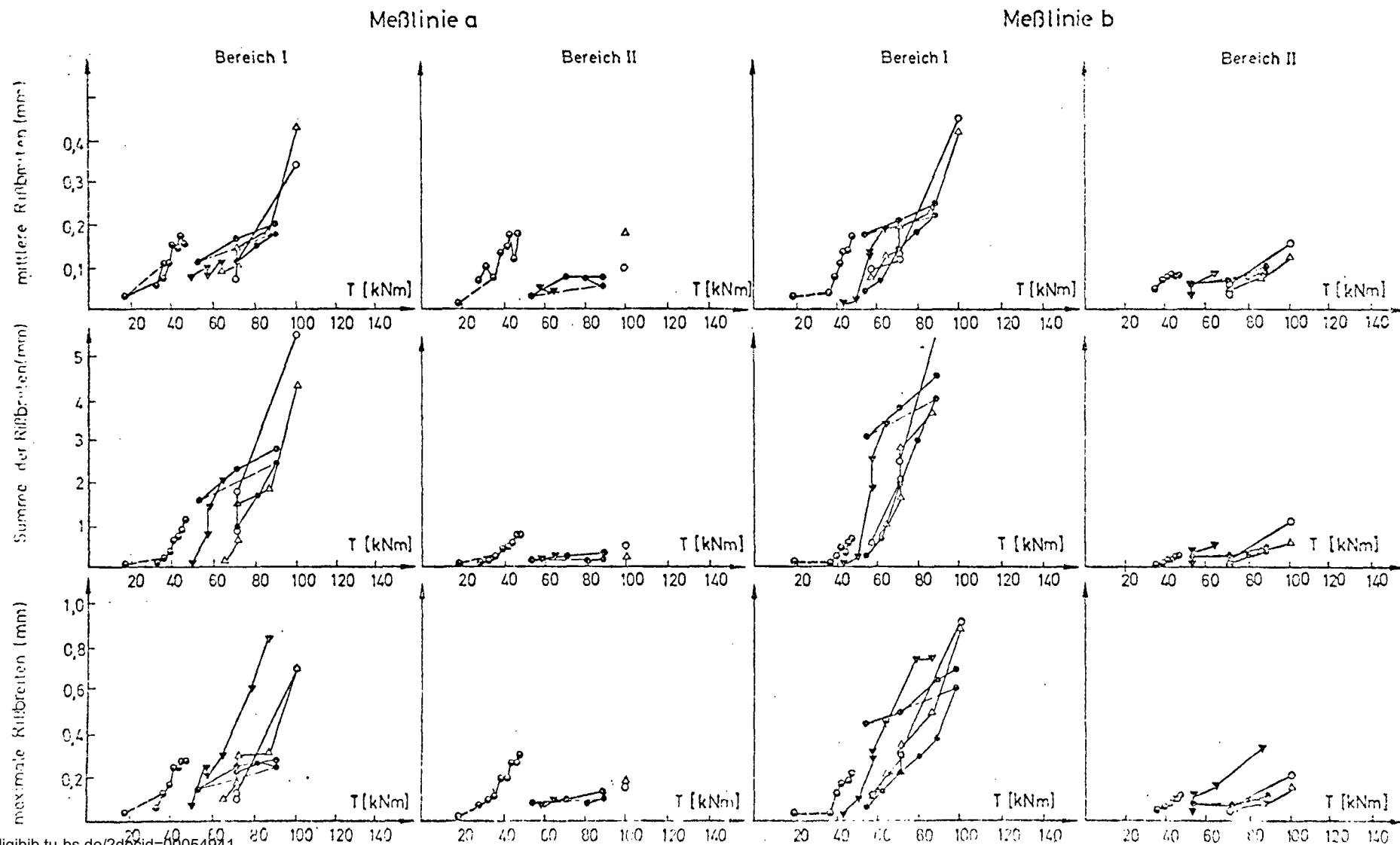
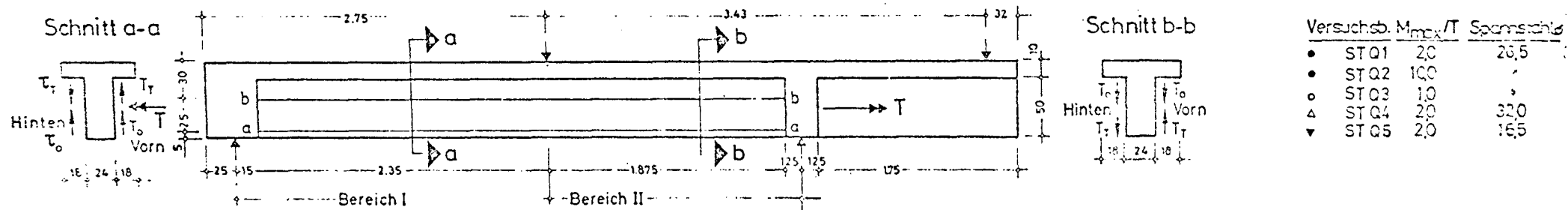
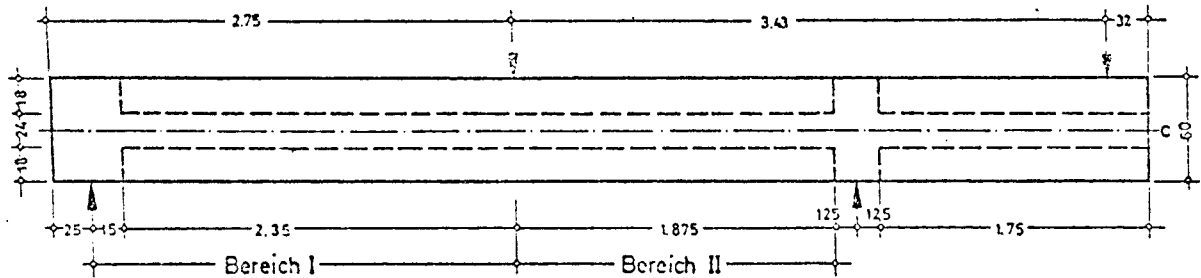


Bild 32 c: Gemessene Rißbreiten der Versuchsbalken STQ1 - STQ5 an der Oberseite



Versuchsb.	M_{max}/T	Spannstahl σ
● STQ1	2,0	26,5
● STQ2	10,0	"
○ STQ3	1,0	"
△ STQ4	2,0	32,0
▼ STQ5	2,0	16,5

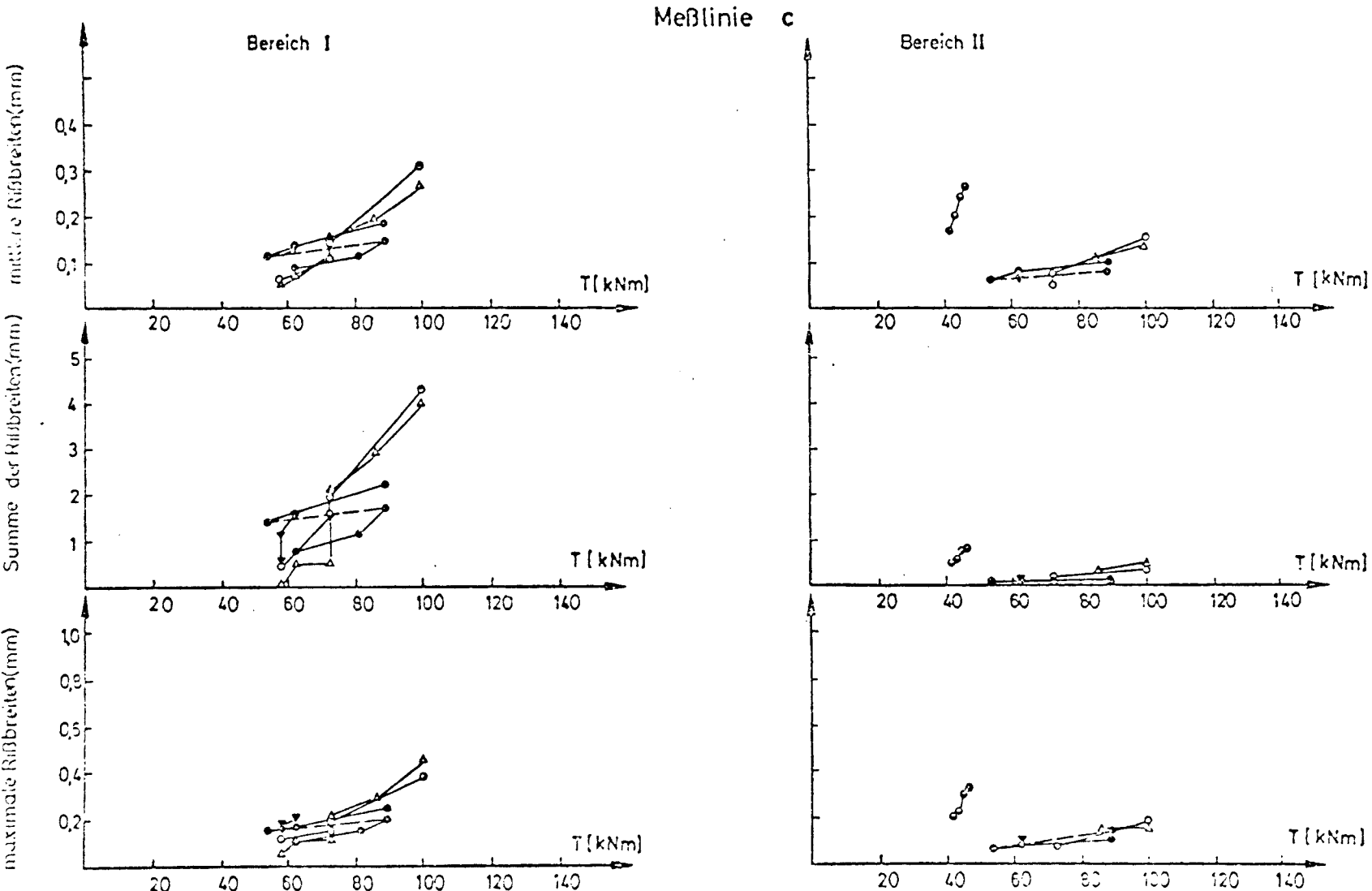


Bild 33 a: Gemessene Rißbreiten des Versuchsbalkens STQ 6 an der Vorderseite

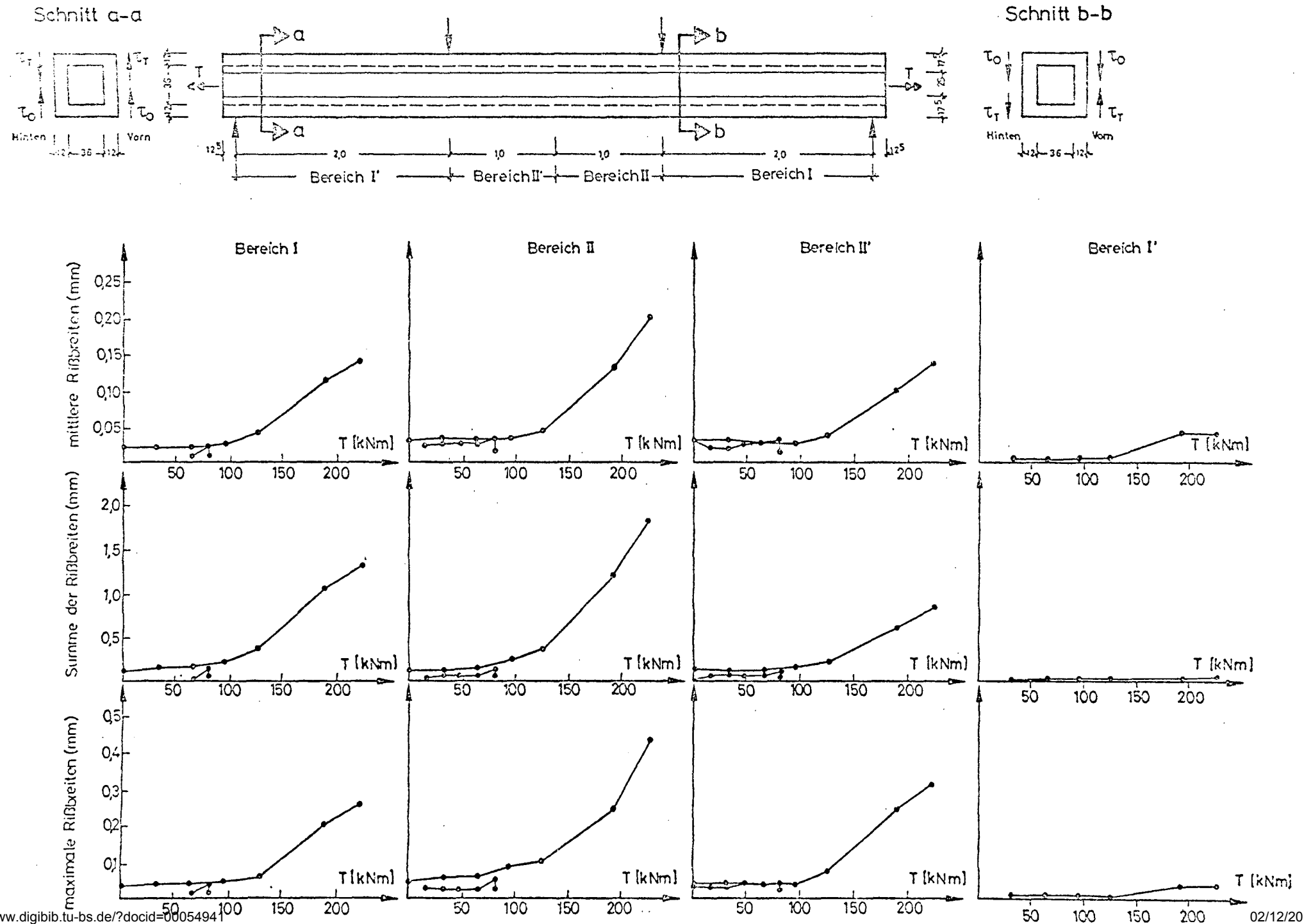


Bild 33b: Gemessene Rißbreiten des Versuchsbalkens STQ 6 an der Hinterseite

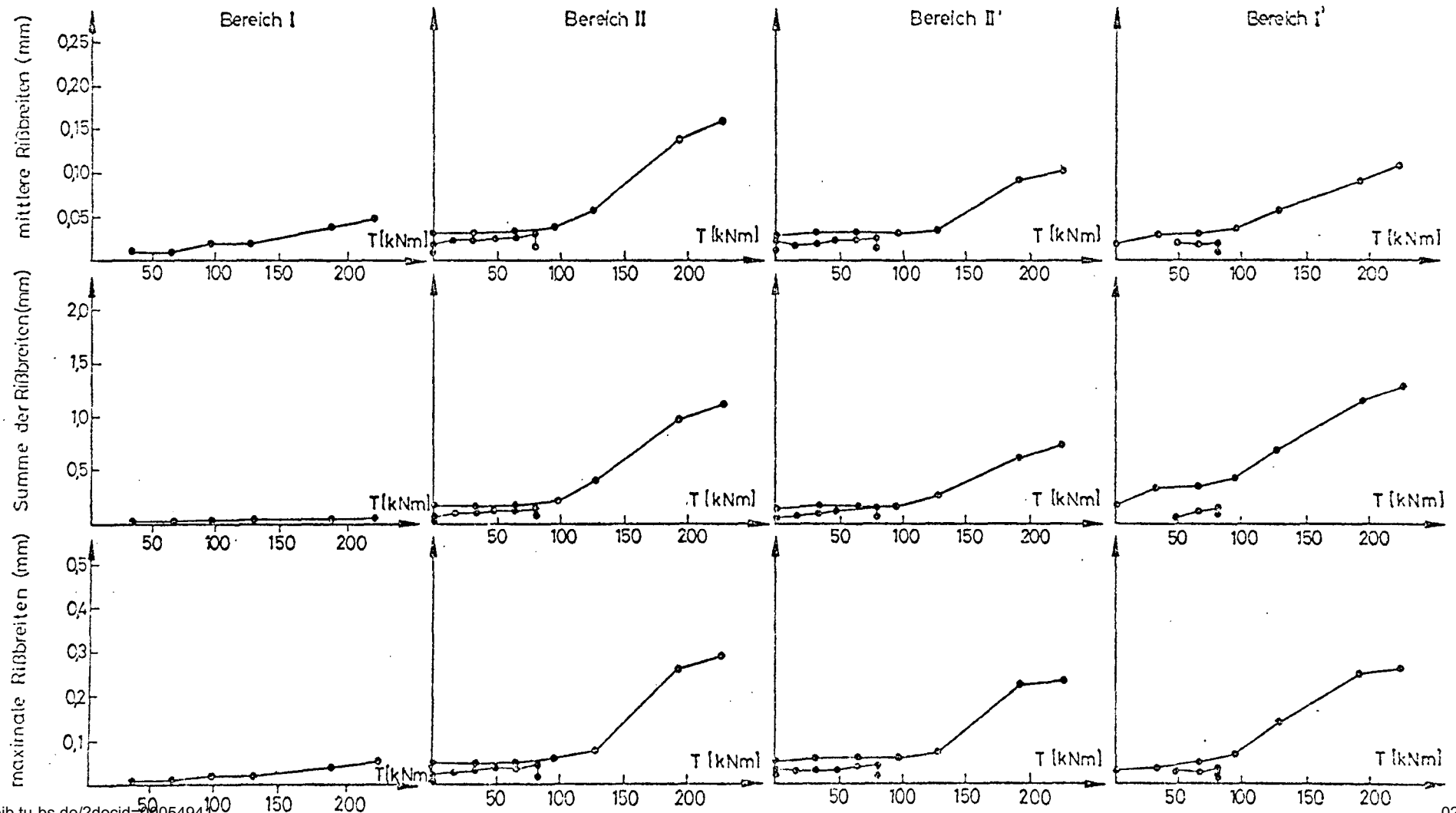
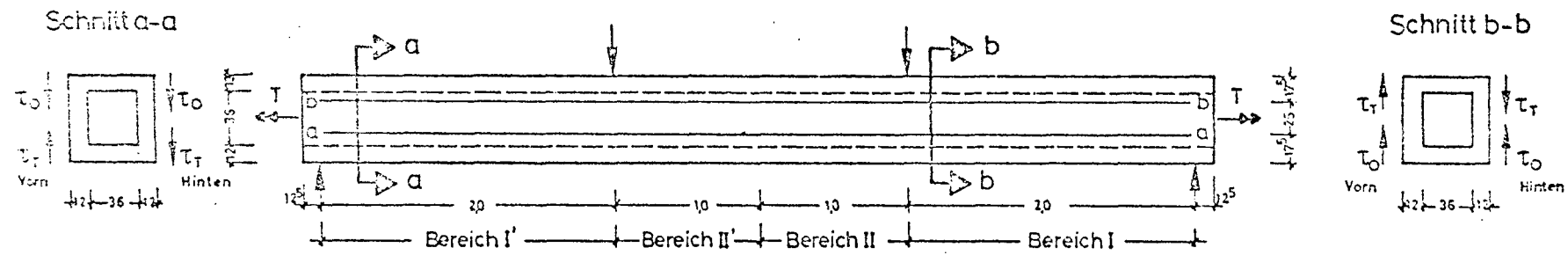


Bild 34a: Gemessene Rißbreiten der Versuchsbalken STQ 7 - STQ 8 an der Vorderseite

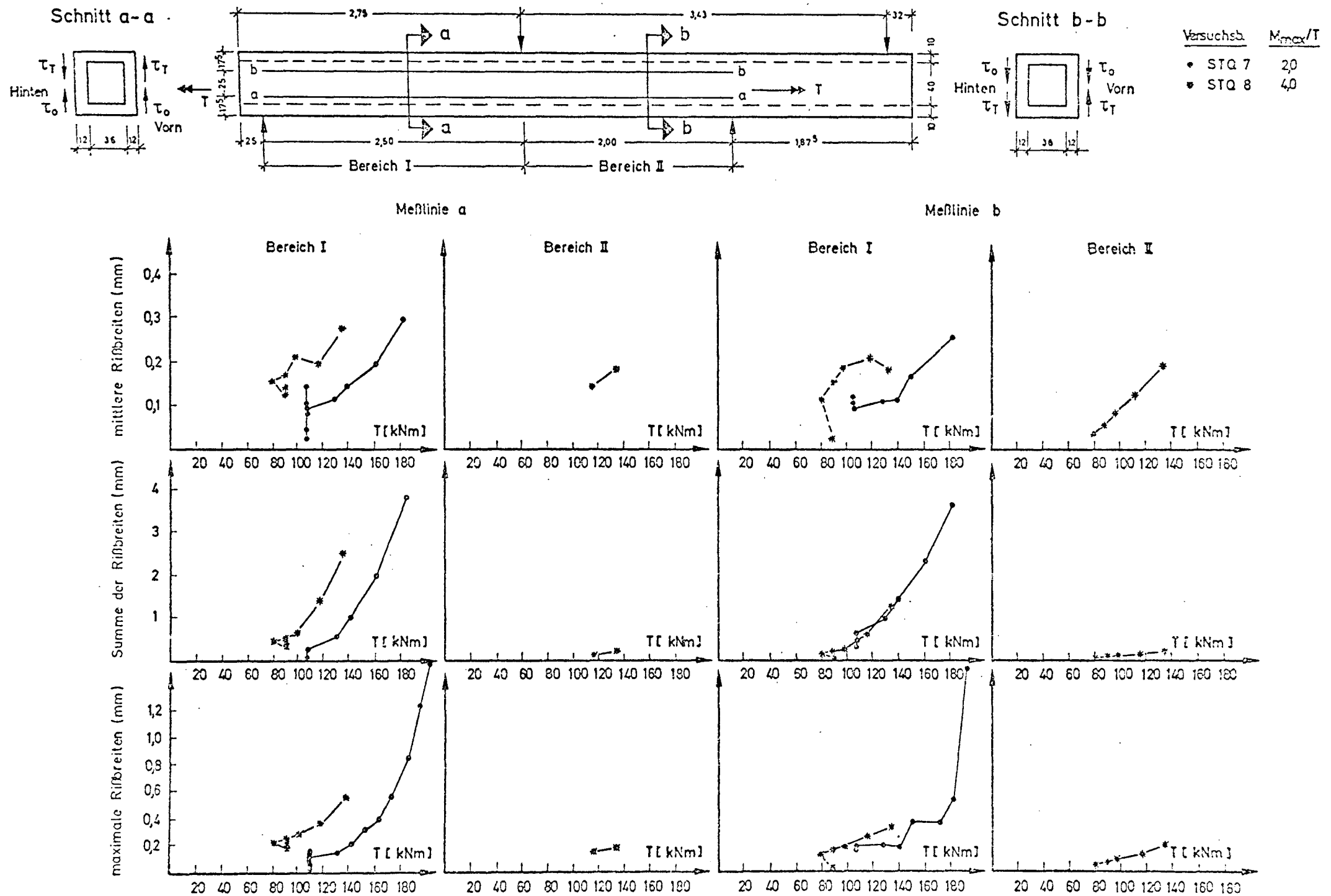


Bild34b: Gemessene Rißbreiten der Versuchsbalken STQ 7-STQ 8 an der Hinterseite

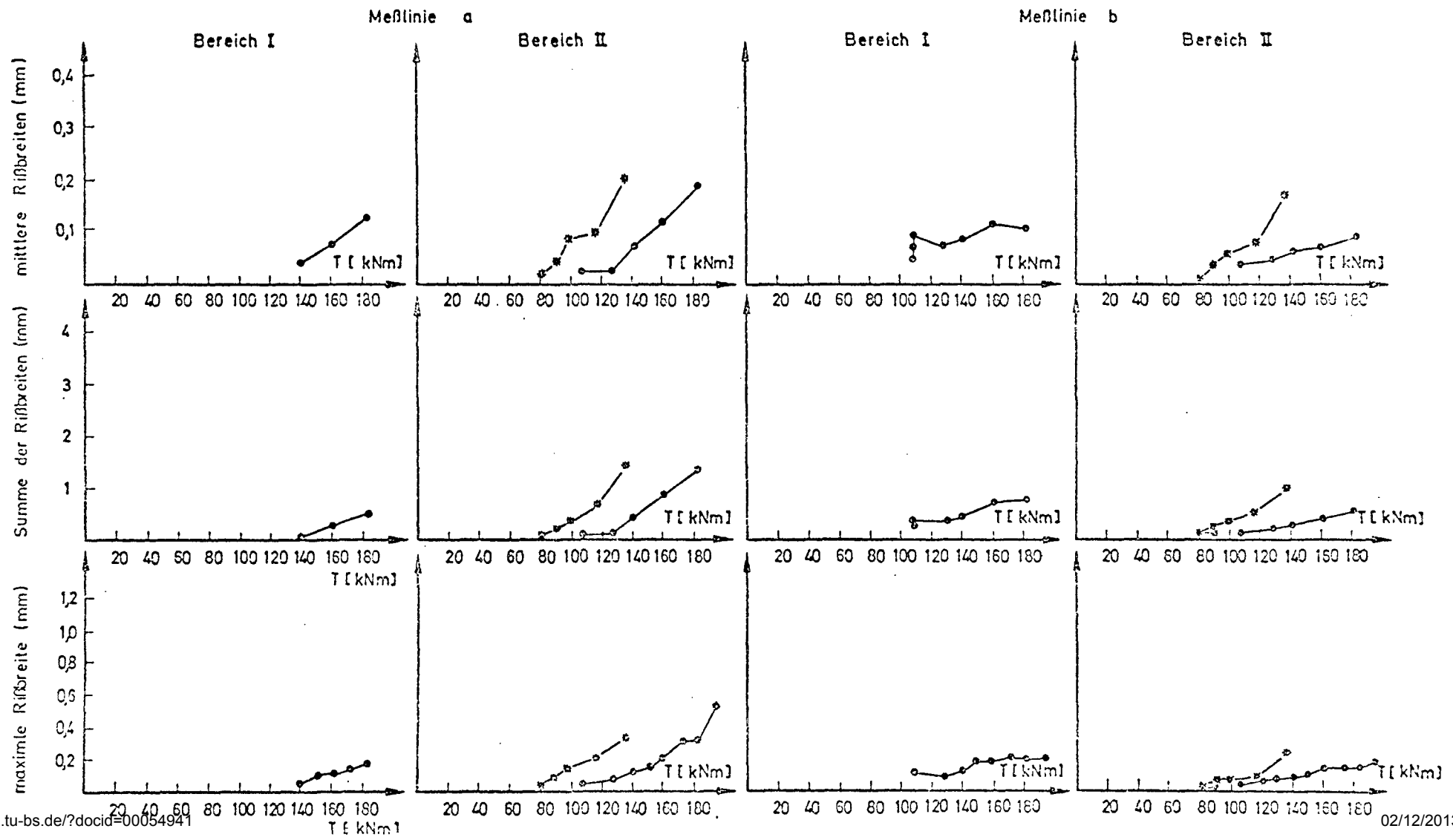
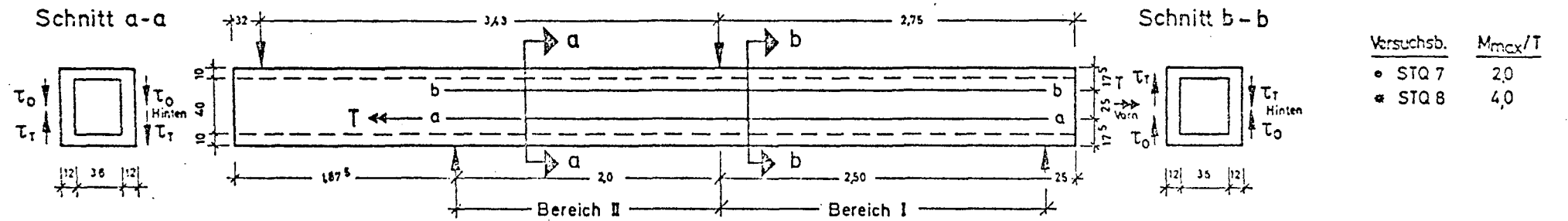
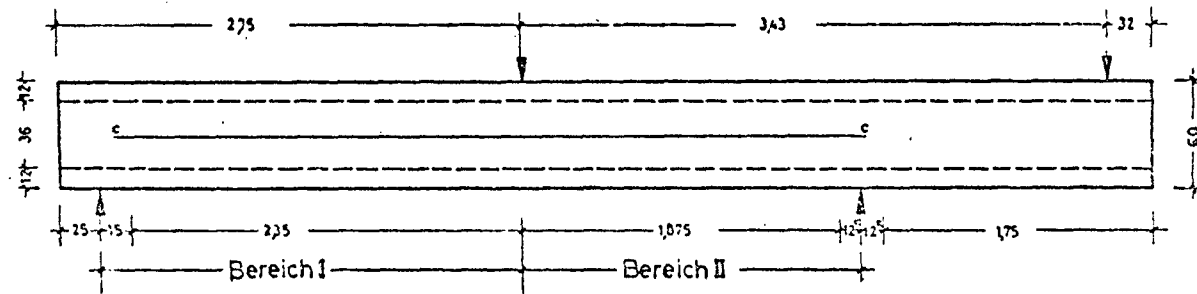


Bild 34c : Gemessene Rißbreiten der Versuchsbalken STQ7-ST8 an der Oberseite



Versuchsba.	M_{max}/T
• STQ 7	20
* STQ 8	40

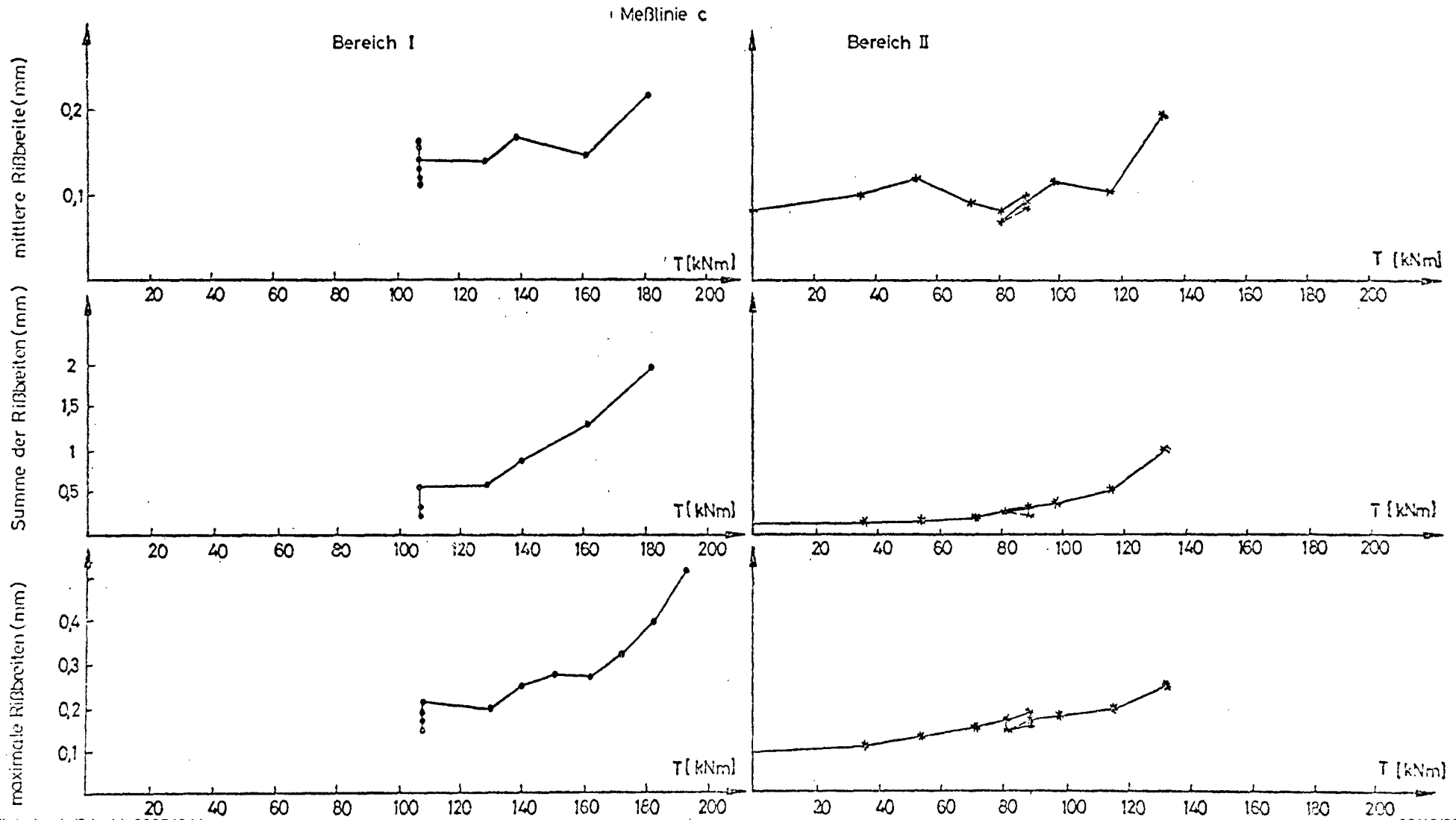


Bild 35a: Gemessene Rißbreiten der Versuchsbalken STQ9-STQ10 an der Vorderseite

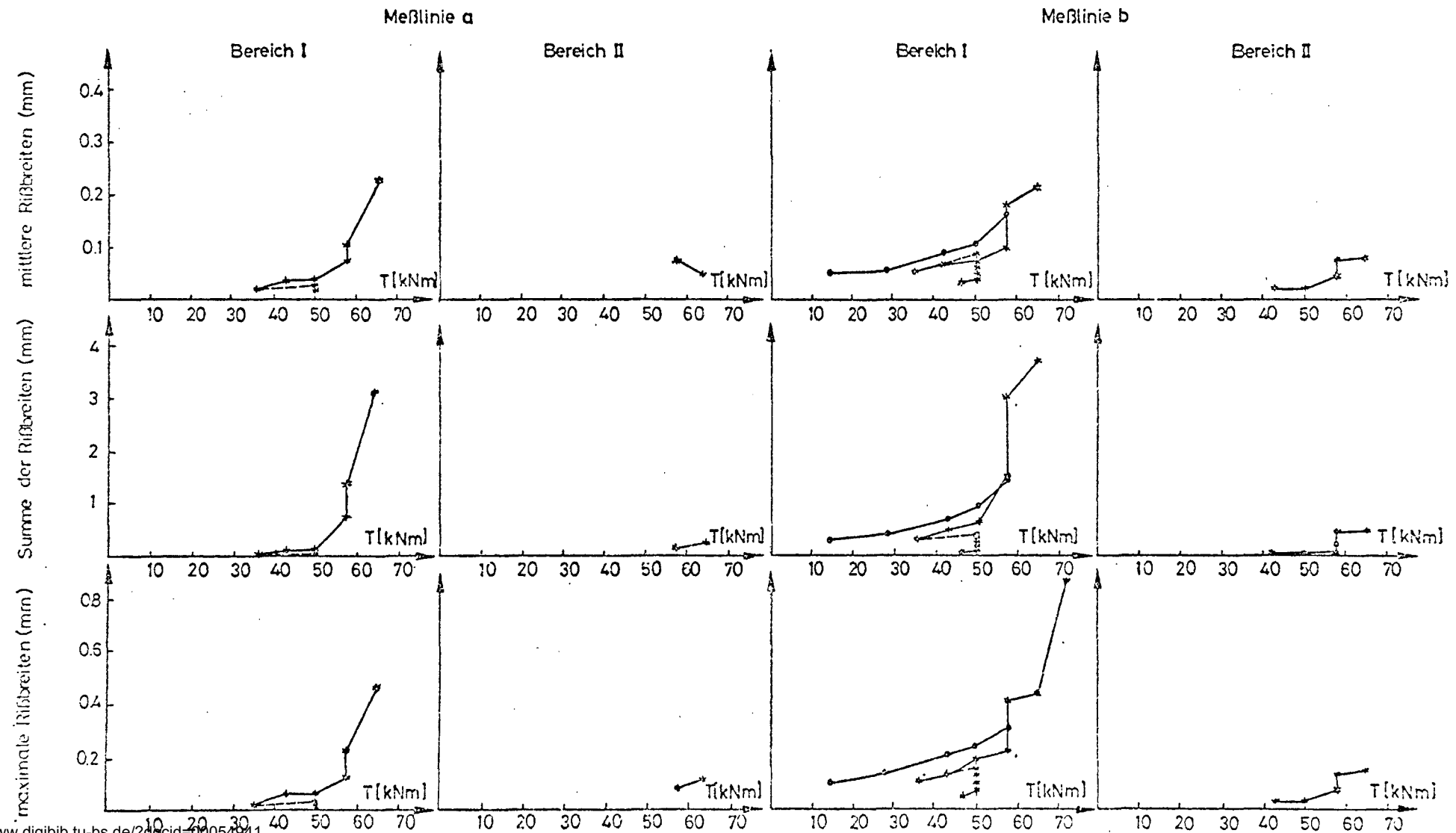
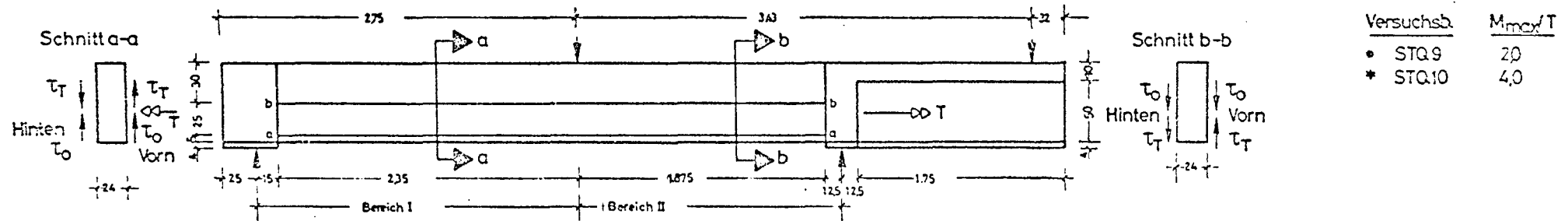


Bild 35 b: Gemessene Rißbreiten der Versuchsbalken STQ9-STQ10 an der Hinterseite

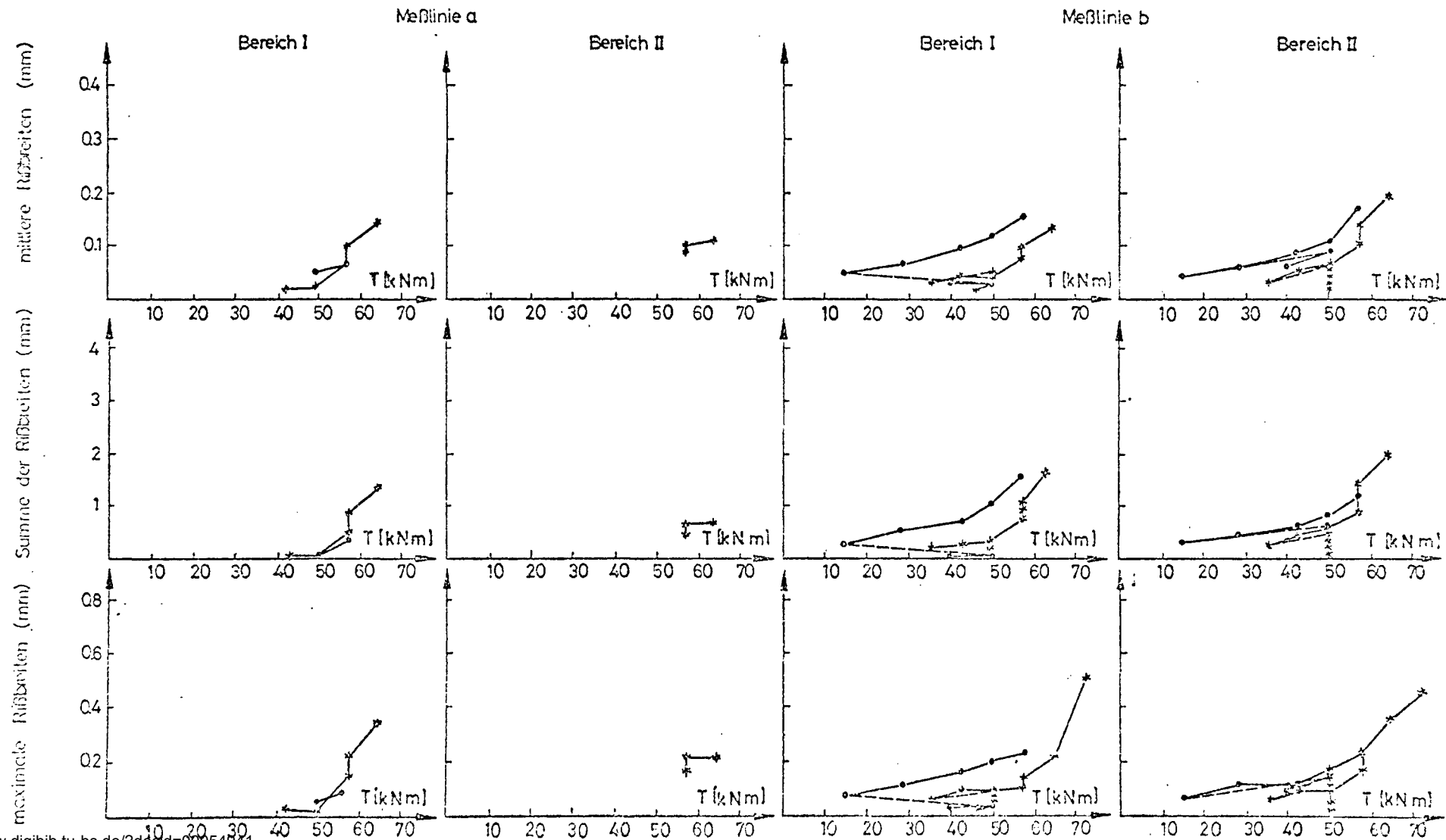
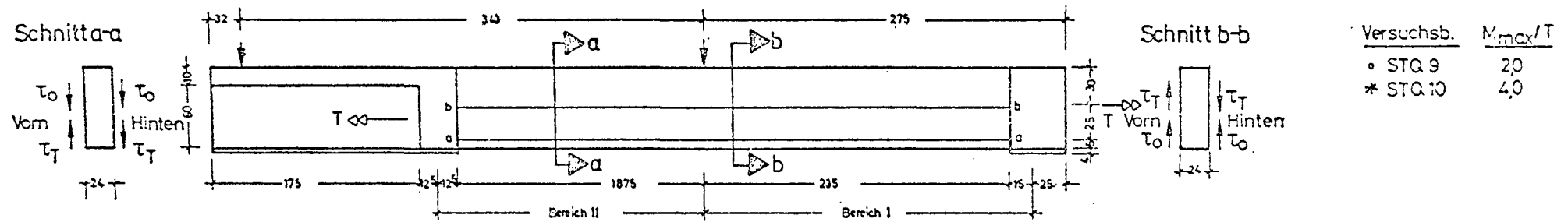
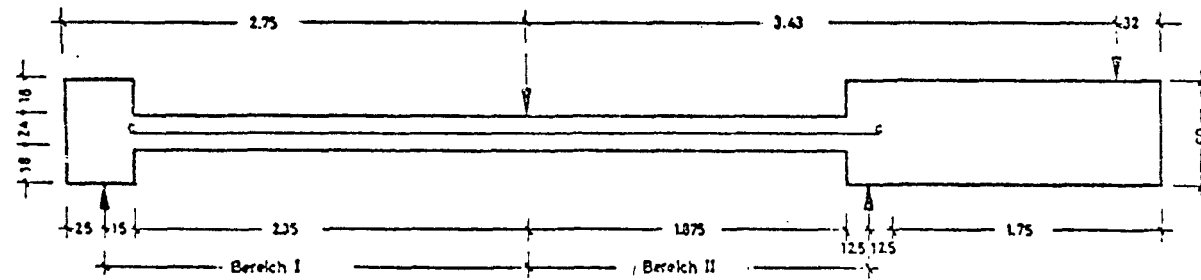


Bild 35c: Gemessene Rißbreiten der Versuchsbalken STQ9-STQ10 an der Oberseite



Versuchsb.	M_{max}/T
• STQ9	20
* STQ10	40

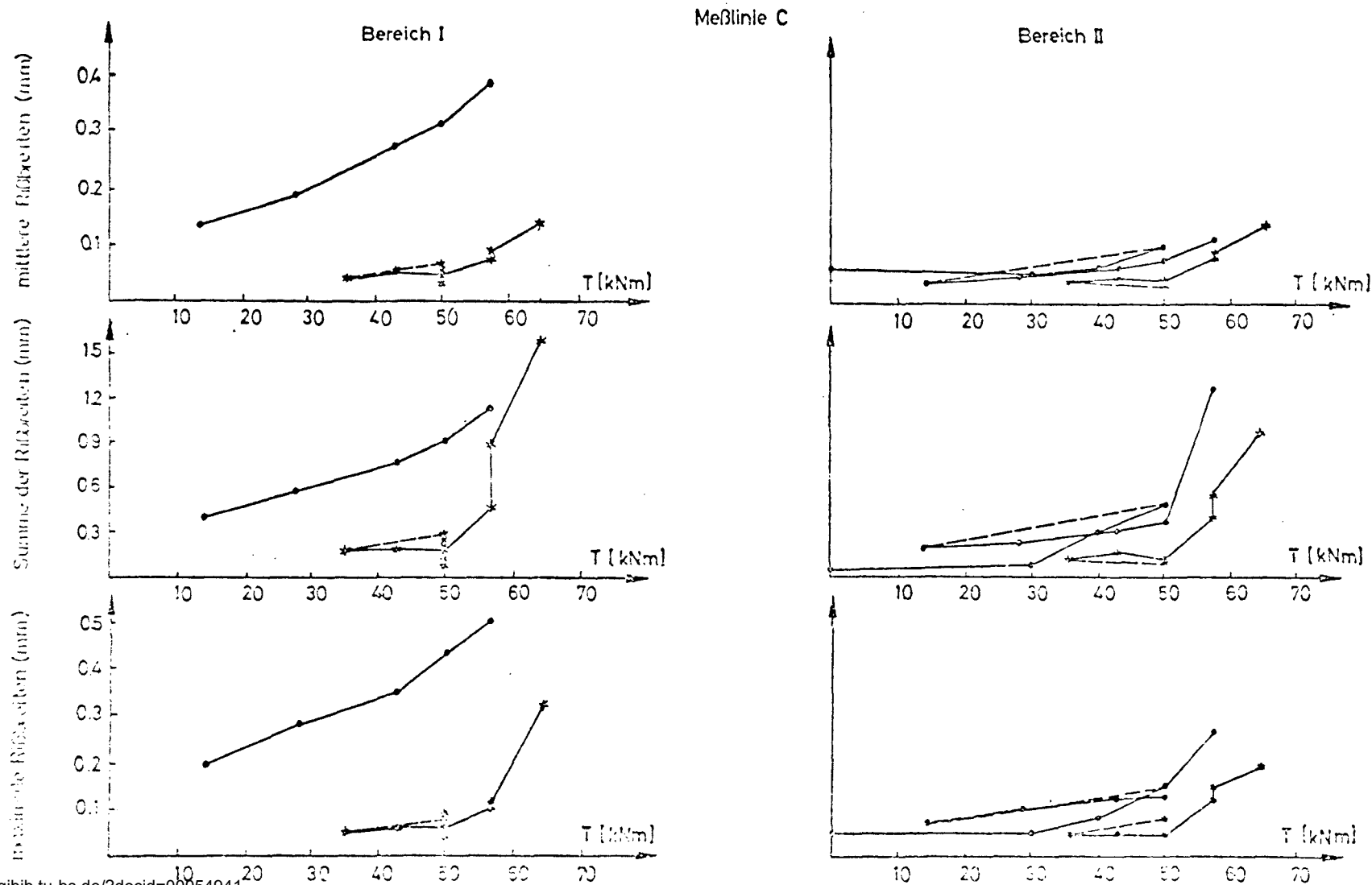


Bild 36a: RISSENTWICKLUNG DES VERSUCHSBALKENS STQ 6 VORN

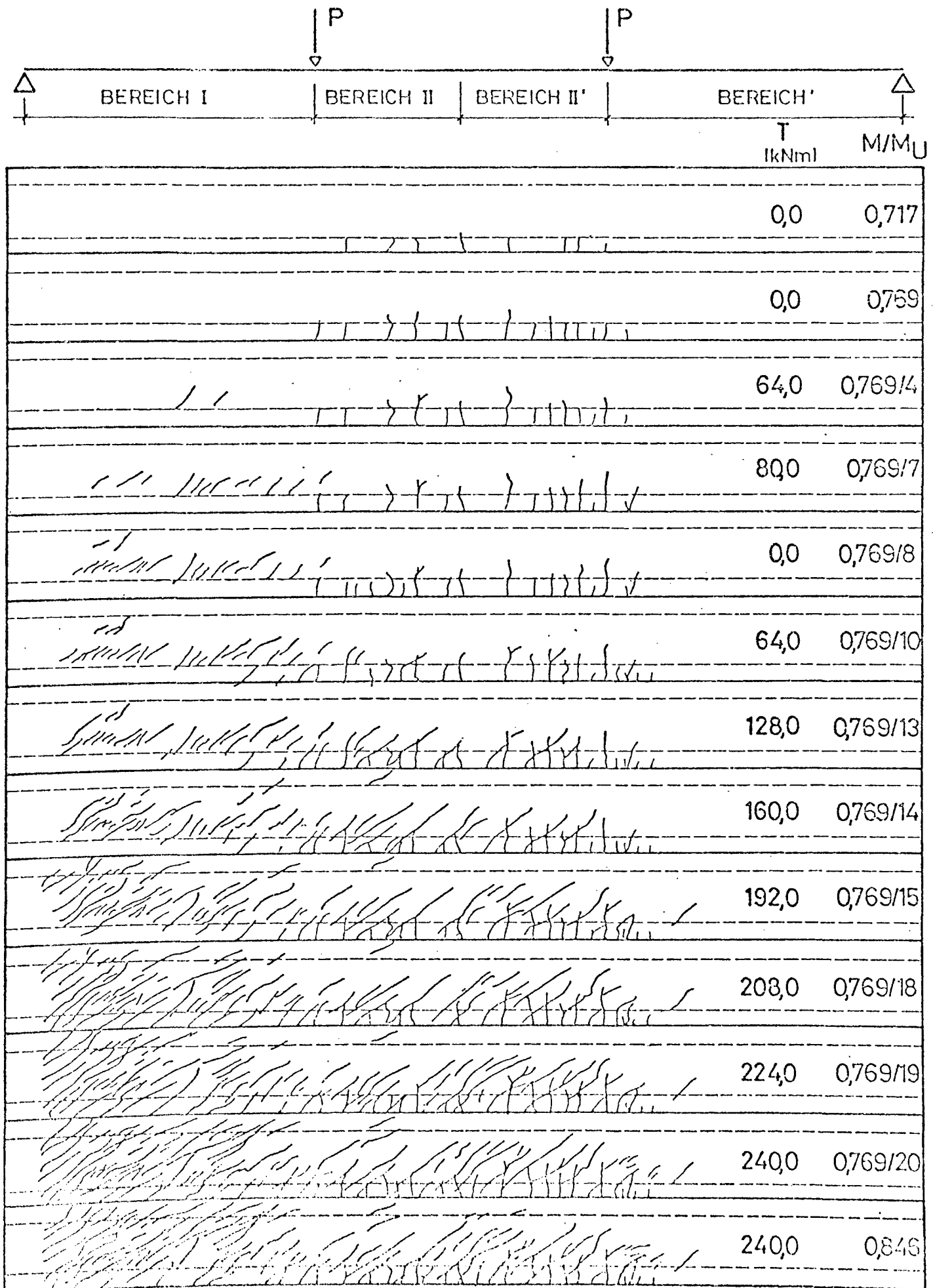
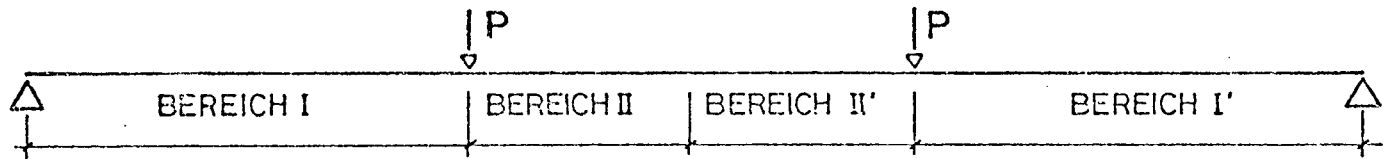


Bild 36b: RISSENTWICKLUNG DES VERSUCHSBALKENS STQ 6 UNTEN



						T [kNm]	M/M _U
						0,0	0,717
						0,0	0,769
						16,0	0,769/1
						32,0	0,769/9
						64,0	0,769/10
						160,0	0,769/14
						192,0	0,769/15

A N H A N G

A) Torsionsquerschnittswerte der Versuchskörper mit T-förmigem Querschnitt (STQ1 - STQ5) im Zustand I

Nachfolgend werden die Torsionsquerschnittswerte der Versuchsbalken mit T-Querschnitt exakt nach der Elastizitätstheorie ermittelt und mit gängigen Näherungen verglichen.

Nach der St. Venantschen Torsionstheorie gilt für die Ableitung der Schubspannungen

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 2 \cdot G \cdot \vartheta \quad (\text{A } 1)$$

Außerdem entsteht bei wölbfreier Torsion infolge der gleichen Verformung aller Querschnittsteile keine Änderung der Schubspannung in Richtung der Längsachse. Hieraus folgt die Gleichgewichtsbedingung in Längsrichtung

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (\text{A } 2)$$

Mit den Gleichungen (A 1) und (A 2) sind zwei Gleichungen für die zwei unbekannten Schubspannungen vorhanden. Es sind dies die Cochy-Riemanschen Differentialgleichungen. Ihre Lösung wird im allgemeinen durch Einführung einer Spannungsfunktion $\Phi = \Phi(x, y)$ erbracht.

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} \\ \tau_{yz} &= - \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{A } 3)$$

Gl. (A2) wird durch Gl. (A 3) identisch erfüllt. Gl. (A 1) lautet dann :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = - 2 \cdot G \cdot \vartheta \quad (\text{A } 4)$$

Trägt man die Werte der Spannungsfunktion F senkrecht zur Querschnittsfläche auf, so entsteht eine gewölbte Fläche, die man als Spannungshügel bezeichnen kann.

Anschaulich läßt sich der Spannungshügel experimentell herstellen. Wird eine Membran (Seifenhaut, Gummi) über die zu untersuchende Querschnittsfläche gespannt und an den Rändern festgehalten, so wölbt sich diese Membrane unter einer Druckbelastung p über dem Grundriß, wobei die Fläche nach folgender Differentialgleichung beschrieben wird :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{p}{S}$$

Hierin ist S die Spannung in der Membran je Längeneinheit. Diese Gleichung stimmt mit Gl. (A 1) bei

$$\frac{p}{S} = 2 \cdot G \cdot \vartheta$$

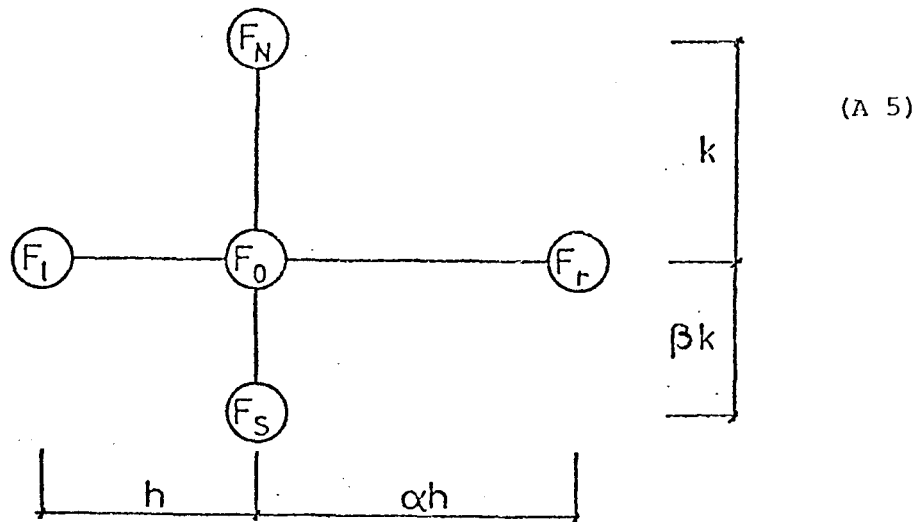
überein. Man spricht daher von dem Seifenhautgleichnis. Form und Volumen des Membranhügels ist hierbei gleich der Form und Volumen des Spannungshügels. Das an einer Stelle x,y vorhandene größte Gefälle des Hügels entspricht den an dieser Stelle vorhandenen Schubspannungen. Ebenso ist der Rauminhalt des Hügels proportional dem Trägheitsmoment.

Die Ermittlung der Spannungsfunktion $F(x,y)$ kann mit beliebigen Methoden der Mathematik, z.B. auch mit Hilfe des Differenzenverfahrens erfolgen.

Die Differenzengleichung in einem Punkt der Membranfläche lautet :

$$\frac{1}{h^2} \cdot \frac{2}{\alpha (\alpha + 1)} (\alpha \cdot F_{\ell} - (1 + \alpha) F_0 + F_r) +$$

$$\frac{1}{k^2} \cdot \frac{2}{\beta (\beta + 1)} (\beta \cdot F_N - (1 + \beta) F_0 + F_S) = -2 \cdot G \cdot \vartheta$$



Für ein quadratisches Netz mit $\alpha = \beta = 1$ und $k = h = a$ vereinfacht sich diese Gleichung zu :

$$F_{\ell} + F_r + F_N + F_S - 4 \cdot F_0 = 2 \cdot G \cdot \vartheta \cdot a^2 \quad (\text{A 5a})$$

Wegen der Symmetrieachse ist es bei den gegebenen Plattenbalken nur erforderlich, die Differenzengleichung für eine Hälfte des Querschnitts aufzustellen. Bild 32a zeigt die netzförmige Aufteilung dieser Querschnittshälfte. Unter Beachtung, daß der Funktionswert am Außenrand gleich Null ist, ergeben sich bei dieser Anordnung 74 unbekannte Funktionswerte. Das mit den Differenzengleichungen aufgestellte lineare Gleichungssystem zur Ermittlung dieser Unbekannten wurde mit Hilfe eines elektronischen Rechners gelöst. Die Ergebnisse sind in Bild 32a unter den Punktebezeichnungen eingetragen.

Das Torsionsmoment ist definitionsgemäß proportional dem Volumen des Spannungshügels

$$T = 2 \cdot \iint F(xy) \cdot dx \cdot dy \quad (A 6)$$

Mit Hilfe von T kann das Torsionsträgheitsmoment J_T ermittelt werden

$$J_T = \frac{T}{G \cdot \vartheta} = \frac{2 \iint F(x,y) dx \cdot dy}{G \cdot \vartheta} = \frac{2 V}{G \cdot \vartheta} \quad (A 7)$$

wobei V das Volumen des Spannungshügels darstellt.

Die Schubspannungen ermitteln sich nach Gl. (A 3) aus der Spannungsfunktion. Zur Ermittlung der Torsionsschubspannungen am Außenrand wird ein Polynom

$$F = a_1 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x + a_4 \quad (A 8)$$

über 4 Punkte in Richtung des Gradienten gelegt. Mit Hilfe dieses Polynoms ergeben sich die Randspannungen zu :

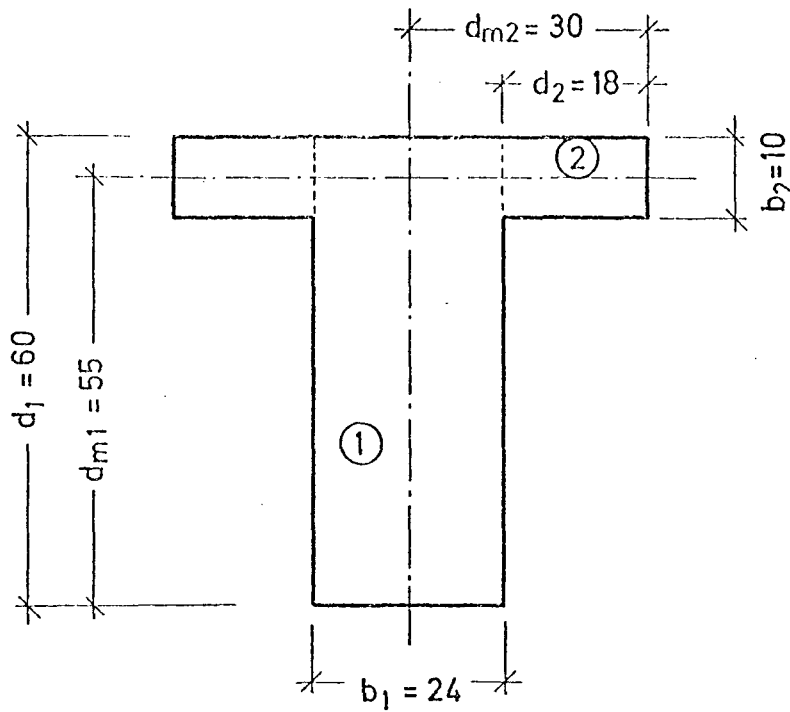
$$\tau_i = \frac{dF}{dx} \cdot \frac{T}{2 V} \quad (A 9)$$

$$\tau_i = \frac{T}{W_{T_i}} \text{ mit } W_{T_i} = \frac{2 V}{\frac{dF_i}{dx}}$$

Wendet man das hier beschriebene Verfahren auf den Versuchsquerschnitt an, resultieren hieraus folgende Querschnittswerte:

$$\begin{aligned} V &= 110\,164,9 \quad G \cdot \vartheta \\ J_T &= 220\,329,8 \quad (\text{cm}^4) \\ W_T &= 9\,480,6 \quad (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

Diese Werte werden mit folgendem Näherungsverfahren verglichen :



a) nach Heft 220 / DAfStb

$$J_T = \sum \frac{1}{3} \cdot b^3 \cdot d_m$$

$$J_T = \frac{1}{3} \cdot (24^3 \cdot 55 + 2 \cdot 14^3 \cdot 30) = \underline{\underline{308\,320,0 \text{ cm}^2}}$$

b) nach Nylander [18]

$$J_T = b_1^3 (0,33 \cdot d_1 - 0,21 \cdot b_1) + b_2^3 (0,33 \cdot (d_2 + b_2) - 0,25 \cdot b_1 - 0,11 \cdot b_2) \quad (\text{A } 10)$$

$$J_T = \underline{\underline{217\,662,6 \text{ cm}^4}}$$

c) aus der Summe der Einzelrechtecke

$$J_T = \sum \alpha \cdot b^3 \cdot d \quad (A 11)$$

wobei α ein vom Seitenverhältnis d/b abhängiger Beiwert ist, der in allen einschlägigen Tabellen dargestellt ist

$$\text{Rechteck 1 : } d_1/b_1 = 60/24 = 2,5 ; \alpha = 0,246$$

$$J_{T1} = 204\,042,2 \text{ (cm}^4\text{)}$$

$$\text{Rechteck 2 : } d_2/b_2 = 18/10 = 1,8 ; \alpha = 0,216$$

$$J_{T2} = 7\,769,8 \text{ (cm}^4\text{)}$$

Das Torsionsträgheitsmoment des Gesamtquerschnitts beträgt dann

$$J_T = 211\,811 \text{ (cm}^4\text{)}.$$

=====

d) nach Leonhardt/Schelling [1]

$$J_T = \sum \bar{\alpha} \cdot b^3 \cdot d_m \quad (A 12)$$

wobei

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{Rechteck 1 : } d_m/b_1 = \frac{55}{24} = 2,29 ; \alpha = 0,239$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2} (0,239 + 0,333) = 0,286$$

$$\text{Rechteck 2 : } d_m/b_2 = \frac{30}{10} = 3,00 ; \alpha = 0,298$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2} (0,263 + 0,333) = 0,298$$

$$J_T = 266\,514,2 \text{ cm}^4$$

=====

Der Vergleich zeigt, daß die Torsionsträgheitsmomente J_T nach b) und c) am nächsten der exakten Lösung liegen. Während J_T nach [18] jedoch mit einer aufwendigen Formel bestimmt werden muß, ist die Berechnung durch Aufteilung in Einzelrechtecke wesentlich einfacher. Aus diesem Grunde wird diese Lösung in der Praxis auch häufig angewandt.

In Bild 32c ist die Verteilung der Torsionsschubbrandspannung nach der exakten Lösung sowie nach der Näherungsmethode c dargestellt, wobei das Gesamttorsionsmoment nach Gl. (3a) auf die Einzelquerschnitte verteilt wurde.

Auch hier zeigt die Näherungsmethode mit Ausnahme des Schnittbereichs zwischen Teilfläche 1 + 2 eine gute Übereinstimmung mit der exakten Methode.

B) Gleichungen zur Ermittlung der Balkensteifigkeiten
bei kombinierten Torsionbelastung

1. Ansätze von Lampert [13]; Lüchinger/Thürlimann [14]
sowie Dilger [17]

$$K_T^{II} = \frac{E_e \cdot A_O^2 \cdot A_S (1 + m)}{2 \cdot U_k \cdot s}$$

(B 1)

$$m = \frac{A_{slo} + A_{slu}}{A_s} \cdot \frac{s}{U_k}$$

Bei der Bestimmung der Biegesteifigkeit wird zwischen zwei Bereichen unterschieden.

- a) überwiegende Biegung ($\lambda > \bar{\lambda}$)
- b) überwiegende Torsion ($\lambda < \bar{\lambda}$)

$\bar{\lambda}$ ist das Verhältnis M/T , bei dem die oberen Gurte spannungslos werden.

Bei Rechteckbalken beträgt es

$$\bar{\lambda} = \frac{1 + \frac{d_k}{b_k}}{2}$$

(B 2)

In allgemeiner Form ergibt sich die Krümmung ϕ im Zustand II zu

$$\phi = \frac{M}{S_{M,M}} + \frac{T}{S_{M,T}} = \frac{M}{K_B^{II}}$$

(B 3)

mit

$$K_B^{II} = \frac{S_{M,M} \cdot S_{M,T}}{\lambda \cdot S_{M,T} + S_{M,M}}$$

Die Hilfswerte $S_{M,M}$ und $S_{M,T}$ ermitteln sich in Abhängigkeit der jeweiligen Bereiche zu :

Bereich a (überwiegende Biegung)

$$S_{M,M} = K_{BR}$$

$$S_{M,T} = \frac{K_{BR}}{\bar{\lambda} \left(\frac{K_{BR}}{S_M} - 1 \right)} \quad (B 4)$$

wobei K_{BR} die Biegesteifigkeit im Zustand II bei reiner Biegung darstellt.

Sie ermittelt sich zu

$$K_{BR} = \frac{E_b \cdot b \cdot c_o^3}{3} + n \cdot A_{slu} (h - c_o)^2 \quad (B 5)$$

mit
$$c_o = h \left(\sqrt{(n \cdot \mu_{sl})^2 + 2 \cdot n \cdot \mu_{sl}} - n \cdot \mu_{sl} \right)$$

$$n = E_e / E_b$$

wobei

$$\mu_{sl} = \frac{A_{slu}}{b \cdot h}$$

Der Ausdruck \bar{S}_M stellt dagegen die Biegesteifigkeit für den Fall dar, daß $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}$

$$\bar{S}_M = \frac{E_s \cdot d_k^2 \cdot A_{slu}}{2} \quad (B 6)$$

Bereich b überwiegende Torsion

$$S_{M,M} = \overline{S_M} \left(\frac{2r}{1+r} \right)$$

$$S_{M,T} = - \frac{\overline{S_M} \cdot 2r}{\overline{\lambda} (1-r)} \quad (B 7)$$

mit

$$r = \frac{A_{slo}}{A_{slu}}$$

Nach [17] ergibt sich bei Annahme einer Neigung der Druckdiagonalen von 45° die Schubsteifigkeit zu

$$K_S^{II} = \frac{\mu_S \cdot E_e}{1 + 4 \cdot n \cdot \mu_S} \cdot b_o \cdot z \quad (B 8)$$

mit

$$\mu_s = \frac{A_S}{s \cdot b_o}$$

2. Ansätze von Karlsson [15]

Mit den folgenden Bezeichnungen

$$a = \frac{M}{Q}, \quad \psi = \frac{T}{M}, \quad e = \frac{T}{Q}, \quad \delta = \frac{e}{b}, \quad \chi = \frac{d_b}{b_b}, \quad \mu_t = \frac{A_{slo}}{b_b \cdot d_b}, \quad \mu_b = \frac{A_{slu}}{b_b \cdot d_b} \quad (B 9)$$

$$r = \frac{\mu_t}{\mu_b}; \quad \frac{1}{\mu_l} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\mu_b} \right); \quad \mu_W = \frac{2 \cdot A_s (b_b + d_b)}{b_b \cdot d_b \cdot S}; \quad n = \frac{E_e}{E_b}, \quad R = \frac{1}{r}$$

ergeben sich für die Bereiche t (überwiegende Torsion) und m (überwiegende Biegung) folgende Steifigkeiten.

Bereich t $a \leq d_b \frac{\kappa + \delta (1 + \kappa)}{\kappa}$

$$K_T^{II} = \frac{E_b \cdot b_b \cdot d_b^3}{\frac{(1 + \kappa)^2}{\mu_W \cdot n} + 10 \cdot \kappa (1 + \kappa) + \frac{(1 + \kappa)^2}{\mu_\ell \cdot n}}$$

(B 14)

$$K_B^{II} = \frac{E_b \cdot d_b^2}{(1 + r) - \psi \frac{(1 + \kappa)(1 - r)}{2}}$$

$$K_S^{II} = \frac{E_b \cdot d_b^2}{\left(\frac{1 + \kappa}{\mu_W \cdot n}\right) + 10 \cdot \kappa + \frac{\kappa}{\mu_\ell \cdot n}}$$

Bereich m $a > d_b \frac{\kappa + \delta (1 + \kappa)}{2 \kappa}$

$$K_T^{II} = \frac{E_b \cdot b_b \cdot d_b^3}{\frac{(2 \cdot \kappa + 1)(1 + \kappa)}{2 \mu_W \cdot n} + 5 \cdot \kappa (2 \kappa + 1) + \frac{1}{8 \cdot \mu_b \cdot n} \left[1 + \frac{2}{\psi} + (1 + \kappa) \left(1 + 2 \kappa + \frac{2}{\psi}\right)\right]}$$

$$K_B^{II} = \frac{E_b \cdot b_b \cdot d_b^3}{\frac{1}{\mu_b \cdot n} + 3,6 + \frac{\psi (2 + \kappa)}{4 \cdot \mu_b \cdot n}} \quad (B 15)$$

$$K_S^{II} = \frac{E_b \cdot d_b^2}{\left(\frac{1 + \kappa}{\mu_W \cdot n}\right) + 10 \cdot \kappa + \frac{1}{8 \cdot \mu_b \cdot n} \left(2 \cdot \kappa + 1 + 2 \kappa \cdot \frac{a}{d_b}\right)}$$

3. Ansätze von Ojha [16]

Mit den Parametern nach (B 9) ergeben sich für die 3 Bruchmodelle (s. A 10) folgende Biege- und Torsionssteifigkeiten im Zustand II (eine Angabe der Schubsteifigkeit fehlt).

Bruchmodell 1 $\psi \leq \frac{\tan \alpha \cdot 2}{1 + \kappa}$

$$\frac{1}{K_T^{II}} = \frac{(1 + \kappa)}{4 \cdot E_e \cdot b_b \cdot d_b^3} \left[\frac{2 \cdot \cot \alpha \cdot (R + 1)}{(\mu_t + \mu_b) R \cdot \psi} + \cot^2 \alpha \left\{ \frac{(1 + \kappa)(R + 1)}{R(\mu_t + \mu_b)} + \frac{2(1 + 2\kappa)}{\mu_w \cdot \cot^4 \alpha} \right\} + \frac{n \cdot 4(1 + 2\kappa) \cdot db}{(1 + \kappa) \cdot \sin^2 2\alpha \cdot t} \right] \quad (B 10)$$

$$\frac{1}{K_B^{II}} = \frac{\psi \cdot (R + 1)}{E_e \cdot d_b^3 \cdot b_b \cdot R(\mu_t + \mu_b)} \left[\frac{1}{\psi} \left(\frac{1 + n \cdot R(\mu_t + \mu_b)}{\rho \cdot (R + 1)} + \frac{\cot \alpha}{2} \left\{ 1 + \frac{(1 - n \cdot R(\mu_t + \mu_b))}{\rho \cdot (R + 1)} \right\} \right) \right]$$

Hierin ist t die theoretische "Wanddicke des Ersatzhohlkastens bzw. die Wanddicke eines Hohlkastens.

$$t = 0,2 \cdot b_b \quad (B 11)$$

Es ist ferner :

$$\begin{aligned} \text{für } \psi &= \frac{2 \cdot \tan \alpha}{1 + \kappa}; \quad \rho = \frac{n \cdot (\mu_t + \mu_b)}{R + 1} \\ \psi &= 0; \quad \rho \text{ nach der Bedingung} \\ 0 &= 2 \left(1 - \frac{\rho \cdot d_b}{n} \right) n \cdot (\mu_t + \mu_b) \cdot \frac{b_b}{b} - \rho^2 \cdot \frac{d_b}{n} \end{aligned} \quad (B 12)$$

Der Winkel α ermittelt sich aus der Gleichung

$$\frac{2(1 + 2 \cdot \kappa) \cdot R}{R + 1} \cdot \frac{(\mu_t + \mu_b)}{s} \cdot \tan^3 \alpha - \frac{(1 + \kappa)}{\tan \alpha} = \frac{1}{\psi} \quad (B 13)$$

Die Steifigkeiten für

$$\frac{2 \cdot \tan \alpha}{1 + \kappa} < \psi < \frac{2 \cdot \tan \alpha (R + 1)}{(1 + \kappa) (R - 1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_T^{II}} = & \frac{(1 + \kappa)}{4 \cdot E_e \cdot b_b \cdot d_b^3} \left[- \frac{2 \cot \alpha (R^2 - 1)}{r (\mu_t + \mu_b)} + (1 + \kappa) \cot^2 \alpha \left\{ \frac{(R+1)^2}{R (\mu_t + \mu_b)} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{4}{\mu_w \cot^4 \alpha} \right\} + \frac{n \cdot 8 \cdot d_b}{t \cdot \sin^2 2\alpha} \right] \end{aligned}$$

(B 16)

$$\frac{1}{K_B^{II}} = \frac{\psi (R + 1)}{E_e} \left[\frac{R + 1}{\psi} - \frac{(\kappa + 1) (R - 1) \cdot \cot \alpha}{2} \right]$$

Der Winkel α folgt aus der Bedingung

$$\frac{1 + \kappa}{\tan \alpha} - \frac{4R (1 + \kappa)}{(R + 1)^2} \frac{(\mu_t + \mu_b)}{\mu_w} \cdot \tan^3 \alpha = \left(\frac{R - 1}{R + 1} \right) \frac{1}{\psi} \quad (B 17)$$

Bruchmodell 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_{B I}^{II}} = & \frac{1}{4 \cdot E_e \cdot b_b \cdot d_b^3} \left[- \frac{(2 + \kappa) (R^2 - 1)}{R (\mu_b + \mu_t)} + \frac{(2 + 2\kappa + \kappa^2) (R + 1)^2}{2 R (\mu_t + \mu_b)} \right. \\ & + \frac{2 (1 + \kappa) (2 + \kappa)}{\mu_w} + \frac{n \cdot 4 \cdot d_b (2 + \kappa)}{t} + \frac{1}{\delta} \left\{ \frac{\kappa (1 + \kappa) (R + 1)^2}{2 R (\mu_t + \mu_b)} \right. \\ & \left. \left. + \frac{2 \kappa (1 + \kappa)}{\mu_w} + \frac{n \cdot 4 \cdot \kappa d_b}{t} \right\} \right] \end{aligned} \quad (B 18)$$

Bruchmodell 3

Dieses Bruchmodell tritt bei

$$\psi > \frac{2 \cdot \tan \alpha (R + 1)}{(1 + \kappa) (R - 1)} \quad (B 19)$$

Die Steifigkeiten ermitteln sich nach Gl. (B 16)

Bild 37a: Koordinaten der Spannungsfläche $F(x,y)$ zur Ermittlung des Torsionsträgheitsmomentes und -Widerstandsmomentes der Plattenbalken STQ 1 ÷ STQ 5

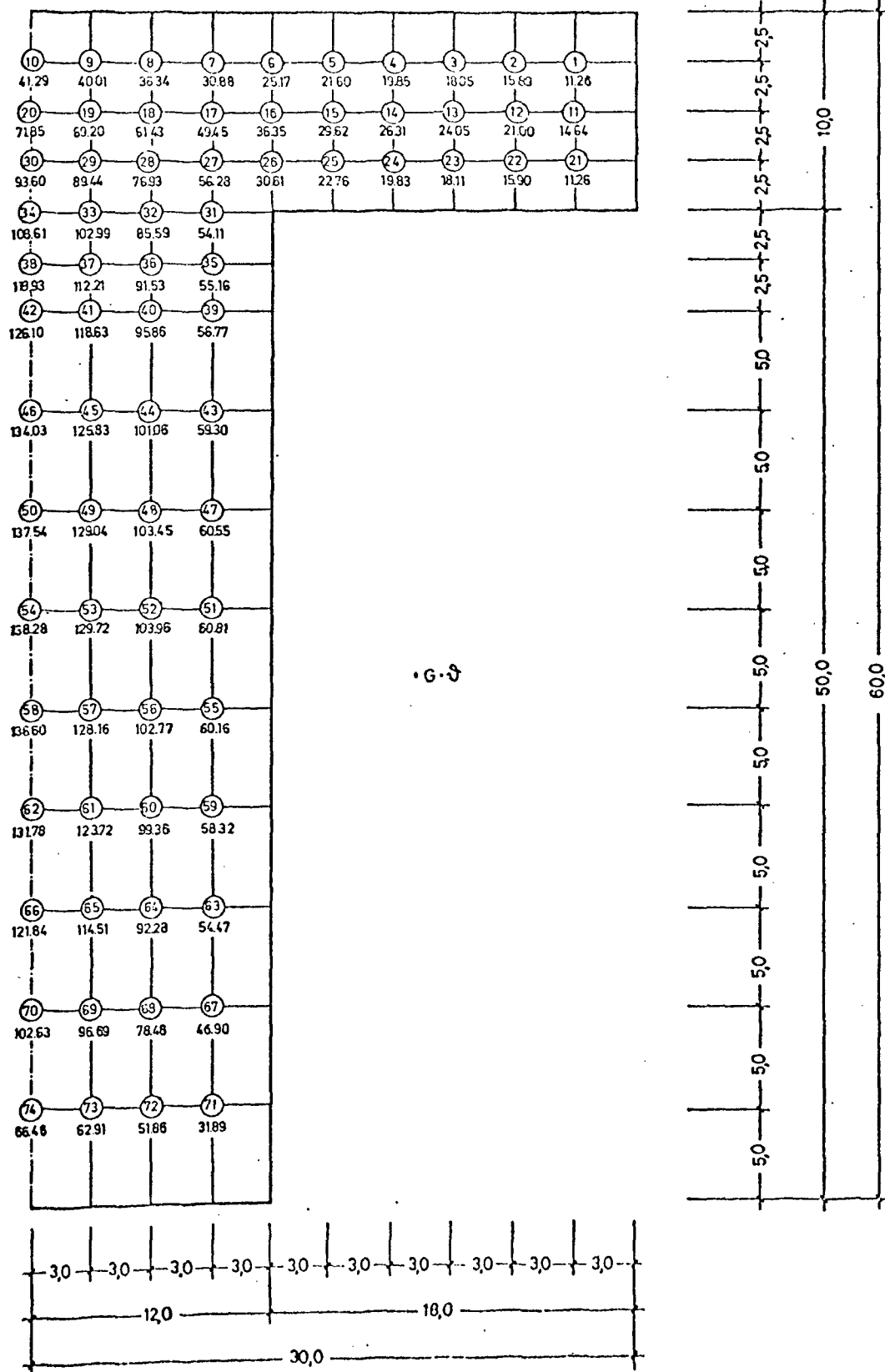


Bild 37 b: Torsionsschubspannungslinien nach der Membran-Analogie
der Plattenbalken STQ 1÷STQ 5

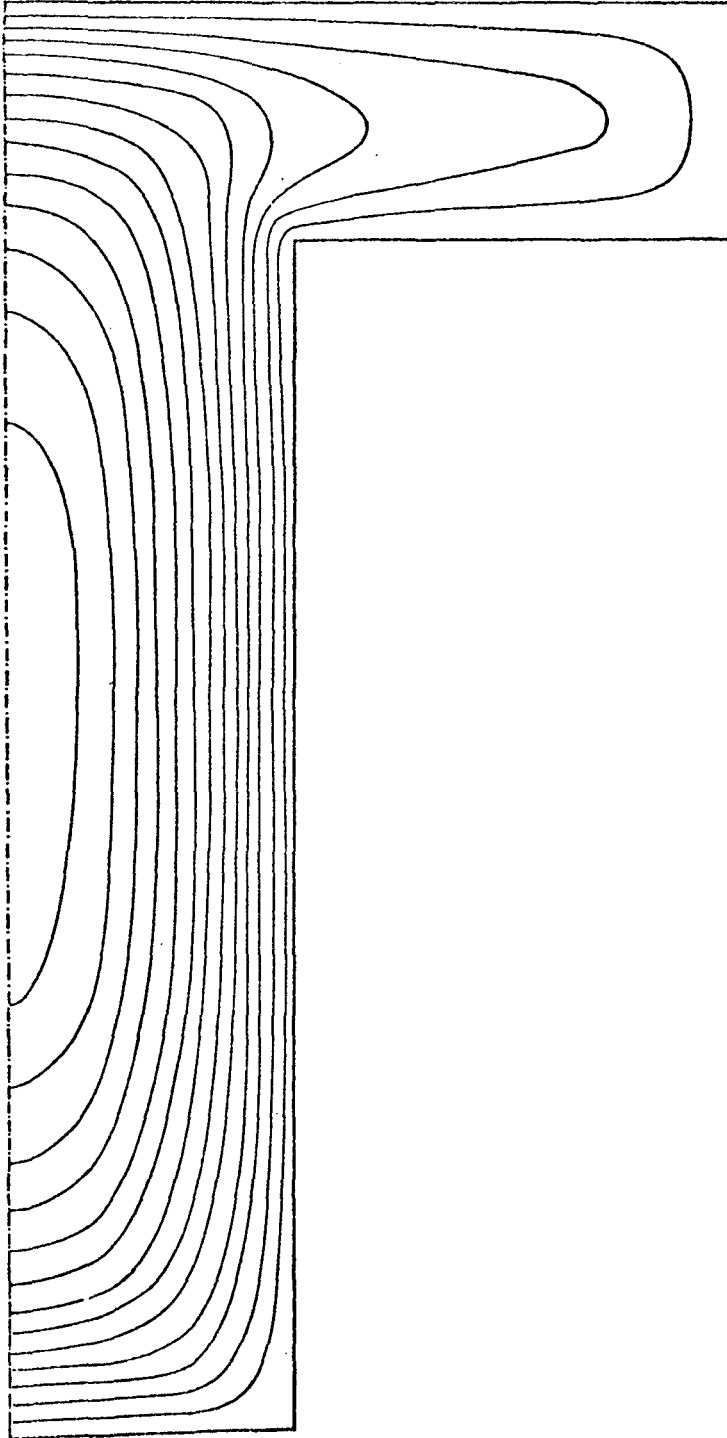


Bild 37 c: Verteilung der Torsionsschubbrandspannungen der Plattenbalken
STQ 1 ÷ STQ 5

